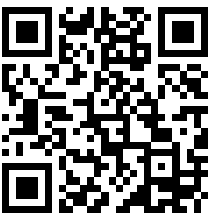
This is a reproduction of a library book that was digitized by Google as part of an ongoing effort to preserve the information in books and make it universally accessible.

Google™ books

https://books.google.com



Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

+ *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.

+ *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.

+ *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.

+ *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertati di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da `http://books.google.com`

Digitized by Google

The University of Chicago
Libraries

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

N. 1 PERIODICO TRIMESTRALE 1919

BOLLETTINO

DI

BIBLIOGRAFIA E STORIA

DELLE

SCIENZE MATEMATICHE

PUBBLICATO PER CURA

DI

GINO LORIA

ANNO XXI — SERIE II — VOL. II
1919

PALERMO
LIBRERIA SCIENTIFICA D. CAPOZZI
Piazza Croce dei Vespri 8
1919

Digitized by Google

Bollettino di Bibliografia e Storia delle Scienze Matematiche

Si pubblica in fascicoli trimestrali, ciascuno di almeno 32 pag. in 8°.
Abbonamento annuo per l'Italia L. 10 per l'Estero L. 12.
Per gli abbonamenti rivolgersi alla **Libreria Scientifica D. CAPOZZI,** Palermo, Piazza Croce dei Vespri, 8.
Gli articoli da inserirsi, i libri, i giornali ecc.; cioè in generale quanto concerne la Redazione, va indirizzato al Prof. G. LORIA, Genova, Piazza Manin, 41.

Sommario del presente Fascicolo

Contributo inedito al Carteggio di Bonaventura Cavalieri (C. de Waard) pagg. 1-12.
Scritti d'attualità (G. L.) pagg. 12-15.
Storia (G. L.) pagg. 15-29.
Notizie pagg. 29-32.

Digitized by Google

BOLLETTINO DI BIBLIOGRAFIA E STORIA
DELLE
SCIENZE MATEMATICHE
Serie II. Vol. II. Fasc. I — **Gennaio-Marzo** Anno XXI. 1919

C. DE WAARD

Contributo inedito al Carteggio di Bonaventura Cavalieri

Nell'attesa di una « edizione nazionale » del carteggio del celebre autore della *Geometria indivisibilium*, che vedrà la luce senza dubbio in processo di tempo, si deve limitarsi pel momento a pubblicazioni sparse. Trentacinque lettere del Cavalieri al Rocca ed una del Rocca al Cavalieri si trovano fra le *Lettere di uomini illustri del secolo XVII a Giannantonio Rocca filosofo e matematico Reggiano con alcune del Rocca a' medesimi. In Modena anno MDCCLXXV*, collezione di estratti dalla *Continuazione del Nuovo Giornale dei Letterati d'Italia, volume XXXII-XXXVI.* Un *facsimile* di lettere del Cavalieri al Cardinale Arcivescovo Federigo Borromeo fu pubblicato dal Piola nel suo *Elogio* di Cavalieri e l' Henry ha data in luce una lettera del Cavalieri al Castelli nelle *Memorie della Reale Accademia dei Lincei* dell'anno 1879-1880. Nella sua biografia del successore di Galileo il Ghinassi ha dato in luce due lettere di Torricelli al Cavalieri, che fanno parte del carteggio dei due celebri matemateci, conservato in copia fra i manoscritti del Torricelli nella collezione dei Manoscritti galileiani presso la Biblioteca nazionale di Firenze *(Discepoli vol. XL* e *XLI)* — carteggio del quale furono inseriti numerosi estratti dall'abate Caverni, nei tomi *IV* e *V* della sua *Storia del Metodo sperimentale in Italia*, e che senza dubbio si leggerà nella edizione delle *Opere* di Torricelli quando questa sarà stata messa a disposizione degli eruditi (1). Il chiarissimo Prof. A. Favaro ha fatto conoscere il testo di sei

(1) Questo carteggio comprenderà più di cinquanta lettere, secondo l'enumerazione fatta da Giuseppe Vassura nel suo opuscolo *La pubblicazione delle Opere di Evangelista Torricelli (Faenza 1900).*

Digitized by Google

lettere del Cavalieri al suo protettore Cesare Marsili nella *Atti e Memorie della R. Deputazione di storia patria per la Romagna* dell'anno 1904. Finalmente ben cento e dodici sono le lettere del Cavalieri a Galilei, e purtroppo due soltanto quelle di Galileo al Cavalieri, pubblicate nella Edizione nazionale delle *Opere* di Galilei, nella quale si trovano ancora frammenti di lettere del Cavalieri a Castelli e dal Castelli al Cavalieri con altri estratti di lettere citate di sopra.

Ciò non di meno sono restate del tutto inedite altre parti del carteggio del celebre Gesuato, come due lettere del Cavalieri al Baliani possedute della Biblioteca nazionale Braidense di Milano, menzionate dal Prof. Favaro (1). Avendo noi preso conoscenza di un'altra lettera inedita dal Cavalieri, diretta al padre Marino Mersenne in Parigi e conservata nella Bibliotheca di corte di Vienna (codice 7049, n. 69 (2), il chiarissimo direttore del *Bollettino* ci ha pregato di dare comunicazione del detto documento, al presente difficilmente accessibile agli Italiani. Alla pubblicazione di questa lettera (la quale è autografa, ma scritta in carattere intelligibile e piena di abbreviature) aggiungiamo il commento seguente, nel quale però non potremo esporre che poche e superficiali considerazioni intorno ai soggetti trattati nell' anzidetta lettera del Cavalieri, soggetti fra cui emergono il problema della misura del fuso parabolico, proposto nel 1615 da Keplero, e quello delle parabole di grado superiore.

Le prime relazioni di Cavalieri con i geometri di Parigi sembrano risalire alla seconda metà dell'anno 1635, quando Giovanni di Beaugrand, studiosissimo delle matematiche e grande amico del celebre Fermat, viaggiando in Italia, visitava il Galileo in Arcetri, il Castelli in Roma e il Cavalieri in Bologna, proponeva a quest'ultimo, fra gli altri, il problema della costruzione di una parabola data mediante quattro dei suoi punti, problema dovuto al detto Fermat (3). Essendo in Parigi il depositario dei

---

(1) *Amici e corrispondenti di Galileo Galilei XXXI Bonaventura Cavalieri* (*Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, T. LXXIV parte seconda* (*1914-15*) p. 752.

(2) Su questo codice sono dati alcuni particolari dell'amarissimamente deplorato P. Tannery nelle *Annales internationales d'histoire. Congrès de Paris 1900, 5e section. Histoire des sciences. Paris 1901*, pp. 295 e segg.

(3) Cf. la lettera del Cavalieri pubblicata da Henry e citata di sopra con un'altra di Castelli nella *Oeuvres de Fermat publiées par les soins de MM. Paul Tannery et Ch.*

Digitized by Google

manoscritti del matematico di Tolosa, il medesimo de Beaugrand prese anche conoscenza particolare di diverse invenzioni di quello, come della determinazione dei centri di gravità di figure geometriche, che il Fermat gli mandava nell'anno 1635 come applicazione del suo celebre metodo dei massimi et minimi (1), della determinazione dalle quadrature delle infinite parabole (curve delle quali si deve il concetto al medesimo Fermat) (2) e senza dubbio anche della determinazione della misura del fuso parabolico (3) i quali ultimi due problemi sono stati risoluti dal Fermat per mezzo del teorema seguente: *La somma di tutte le potenze dell'ordine n di una quantità, continuamente crescente, sta alla somma di altrettante potenze simili della quantità massima, nella proporzione medesima di* 1 *ad* $n+1$, il quale conduce alla valutazione della integrale $\int x^n dx$. A questi problemi s'aggiungevano ancora altri sulle parabole infinite, come quelli dei volumi dei corpi generati della loro rivoluzione e dei centri di gravità di figure piane da esse limitate e dei medesimi corpi, soggetti trattati ripetutamente nel carteggio dell'anno 1636 di Fermat e di Roberval, il quale ultimo matematico entrava per conto suo pure in possesso del teorema citato e risolveva per mezzo del suo metodo degli indivisibili parecchi dei problemi proposti (4). Finalmente Descartes inviava a Parigi le soluzioni di questi in una lettera del 13 Luglio 1638 (5) e forse anche lo stesso di Beaugrand — del quale le relazioni con il Fermat sembrano aver subito dopo la fine dell'anno 1636 qualche raffreddamento — ha fatto

---

Henry sous les auspices du Ministère de l'instruction publique, T. II (Paris 1894) p. 26. *Le opere di* Galileo Galilei *ed. naz. vol. XVI* pp. 328, 335-37, 34-44, 345, 351-52 353-54, 366, 368, 382, 384. La soluzione di Fermat è data nelle sue *Oeuvres* ed. cit. *T. I* 84-87; il Cavalieri ha pubblicato la sua nella *Exercitationes geometricæ (Bononiæ 1647)* pp. 496-98.

(1) *Oeuvres de Fermat ed. cit. T. II* pp. 72, 94 et *Mémoires de l'Academie des sciences de Toulouse Ser. XI, T. V (1917)* p. 75.

(2) È menzionata espressamente di Fermat la parabola « que M. de Beaugrand, à qui j'en fis la proposition, appelle *parabole solide* » (*Oeuvres ed. cit.* T. II p. 73).

(3) *Oeuvres de Fermat ed. cit. T. II* pp. 55, 73, 86.

(4) *Oeuvres de Fermat ed. cit. T. II* pp. 81-82, 83-84, 85, 92 et 95. Cfr. per i metodi usitati del geometra di Tolosa un articolo di H. G. Zeuthen *Sur les quadratures avant le calcul intégral et en particulier sur celles de Fermat* inserito nel *Bulletin de l'Académie Royale des sciences et des lettres de Danemark pour l'année 1895* pp. 37-50 e un'altro di A. Aubry nelle *Oeuvres de Fermat ed. cit. T IV* (1911) pp. 228-230.

(5) *Oeuvres de Descartes publiées par Ch. Adam et Paul Tannery sous les auspices du Ministère de l'instruction publique T. II (Paris 1898)* pp. 248-250.

Digitized by Google

qualche scoperta sopra quei soggetti, avendo composto prima dell'anno 1638 uno scritto, oggi perduto, dal titolo *Parabolometrie* (1).

Non era venuta di Francia al Cavalieri alcuna conoscenza di tali risultati, perchè egli aveva interrotto, secondo tutte le apparenze, la sua corrispondenza col Beaugrand, ma sappiamo che il Gesuato aveva trovato la proporzione del volume del fuso parabolico a quello del suo cilindro circoscritto come 8 a 15 prima dell'anno 1639, quando un padre Gesuita Fiammingo (Gregorio di Saint-Vincent?) gli scriveva d'avere trovato essere tra quelli il rapporto un mezzo (2). Annunziava il Cavalieri quel risultato da lui ottenuto e la sua scoperta delle misure dei segmenti del medesimo fuso alla fine della sua *Centuria di varii problemi*, la quale vide la luce nello stesso anno 1639, dicendo che aveva fatte tali scoperte mediante la sua nuova geometria, avendo dimostrato precisamente il teorema, che vedemmo essere già stato trovato da Fermat; ma benchè egli avesse fede nella generalità di esso, (« io non sia arrivato colle dimostrazione » — egli dice — « se non alli biquadrati inclusivamente »), la via da lui presa non lo aveva portato oltre alle quarte potenze (3).

Non molto dopo quella pubblicazione, cioè alla fine dall' anno o al principio del 1640, il Cavalieri riceveva in Bologna la visita del Padre Nicéron, il quale faceva di frequente viaggi tra Roma e Parigi e conosceva i geometri di quest'ultima città. Fu per incarico del Beaugrand che il Nicéron propose al geometra di Bologna cinque problemi, fra cui il famoso problema della quadratura della *cicloide* (o *trochoide*, come quella curva era stata battezzata dal Roberval), il quale aveva risoluto questo problema alla fine dell'anno 1636, problema il quale fu causa di tante dispute; ma d'altra parte, avuta notizia delle difficoltà incontrate dal Cavalieri, il Nicéron si mostrava disposto d'informarsi presso il Beaugrand sopra il risultato del problema del fuso parabolico e sulla dimostrazione

---

(1) Cfr. una nostra nota *Sur un écrit de Beaugrand sur la méthode des tangentes de Fermat à propos de celle de Descartes (Bullettin des sciences mathématiques Ser. 2, T. XLII (1918), p. 171.*

(2) *Le opere di Galileo Galilei, ed. naz. vol. XVIII (1906)* pp. 21-22.

(3) *Centuria di varii problemi per dimostrare l'uso e la facilità de' logaritmi* ecc. *In Bologna 1639* pp. 523-26, brano riferito da Piola nel suo *Elogio di Bonaventura Cavalieri (Milano 1844)* pp. 54-55. Il Cavalieri ha dato le sue dimostrazioni per le potenze lineari, quadratiche, cubiche e biquadratiche nelle proposizioni XIX-XXII della quarta delle sue *Exercitationes geometricae (Bononiae 1647).*

Digitized by Google

del teorema dal quale provengono le quadrature delle parabole infinite (1). Sappiamo inoltre che il Cavalieri stesso, spronato dal Nicéron che trovavasi allora a Roma, prendeva informazione anche presso il Beaugrand col mezzo di una lettera presentemente perduta, ma scritta nella prima metà dell'anno 1640, aggiungendo ai due problemi quello della determinazione del volume del solido generato della rivoluzione di una iperbole intorno una ordinata, la quadratura dell'iperbola supposta nota; e ripeteva il Cavalieri la sua domanda, almeno quella riguardante il problema delle infinite parabole, in una lettera, la quale non arrivò al suo indirizzo ed è perduta, essendone conservata soltanto la data, 19 Settembre 1640 (2), epoca intorno a quella in cui il nostro autore riceveva dalla parte del suo amico Rocca la comunicazione del teorema meccanico a cui si da il nome di Guldino e la risultante soluzione dei problemi risguardante i fusi parabolico ed iperbolico (3).

Rispondeva il Beaugrand alla prima lettera del Cavalieri con altra scritta in italiano l'8 Novembre 1680, dopo la convalescenza temporanea dalla malattia la quale lo faceva soccombere verso il Natale dello stesso anno; questa lettera, consistente di otto fogli, comprendeva le dimostrazioni desiderate. Queste lettera di Mersenne fu spedita al Cavalieri; infatti in una lettera di 28 agosto 1640 al Rocca il geometra di Bologna accennò al Mersenne come a persona della quale aveva sentito soltanto parlare (4); ma accennava il Minimo a questa sua in una lettera, la quale è la prima conosciuta del carteggio di Cavalieri e Merseme ed è identica ad altra del 1° marzo 1641, in cui il Merseme riferiva all'autore degli in-

---

(1) Cfr. la lettera di Cavalieri a Galilei del 14 febbraio 1640 nelle *Opere di Galileo Galilei, ed. naz. vol XVIII* p. 147. Cfr. anche *ibid.* p. 186; sopra la parte del Nicéron v. anche una lettera del Torricelli al Carcavy dell'8 luglio 1686 pubblicata nella nota citata dell'Henry e il ragguaglio datone dal Cavalieri nelle sue *Exercitationes geometricae (Bononiae 1647)* pp. 244-45.

(2) Questa data e tutto quanto ci è conosciuto di questa lettera proviene della risposta data dal Cavalieri il 23 novembre 1641, la quale è menzionata in seguito. Alludeva probabilmente il Cavalieri a quella lettera scrivendo al Galilei il 23 Ottobre 1640: « Scrissi l'altro giorno in Francia a M.r de Beaugrand » *(Le opere di Galileo Galilei ediz. naz. vol. XVIII* p. 262, cfr. *ibid.* p. 300).

(3) Il Cavalieri ricevette il teorema del Rocca verso il 23 settembre 1640, annunziandone la ricevuta alla data ultima. Cfr. le *Lettere d'uomini illustri del secolo XVII a Giannantonio Rocca* ecc. pp. 192-196, 276.

(4) *Lettere d'uomini illustri* ecc. p. 195.

Digitized by Google

divisibili l'opinione dei geometri di Parigi sopra suo lavoro, scrivendo: « Porro tanti faciunt nostri tuam subtilem Geometriam, ut vel illam invenisse tibi plurimum gratulentur, et absque illis tuis indivisibilibus more veterum geometrarum possunt restituere » ed in cui propose un problema sulle sezioni circulari del cono scaleno enunciato da Desargues (1) — lettera infine la quale si trova pubblicata fra le citate *Lettere d'uomini illustri* alla pagina 239, e fu portata in Italia del padre Nicéron diretto a Roma.

Le dimostrazioni di Beaugrand per il Cavalieri arrivarono circa nell'estate dell'anno 1641. Della dimostrazione del problema del fuso parabolico e iperbolico, risoluto anche del Beaugrand, il Cavalieri dà comunicazione al Rocca e l'annunzia a Galileo con lettera del 20 agosto 1641 (2), mentre s'impara da una lettera del Cavalieri al Torricelli del 30 ottobre 1641 che quella dimostrazione dal Beangrand riposava sopra un metodo d'indivisibili diverso da quello usitato dal Cavalieri (3). Quanto al teorema del Fermat citato di sopra, il Torricelli ha notato, sotto il numero XI dal suo *Racconto* iscritto qualche anno più tardi, la notizia seguente relativa all'invio del Beaugrand: « Questo teorema fu primieramente inventato e proposto da fra Bonaventura Cavalieri, ma però di esso non fu ritrovato la dimostrazione universale, avendo egli presa una strada che, per quanto intendo, cammina solo infino alli cubi, ovvero alli quadrato-quadrati. Il primo, che abbia dimostrato il teorema universalmente, in tutto le infinite degnità dell'algebra, è stato monsù Beaugrand francese, che ora è morto. La sua dimostrazione però cammina per via di algebra », aggiungendo il Torricelli che egli stesso ha dimostrato il teorema per sola geometria (4). Finalmente il Cavalieri stesso ha dato vasti estratti delle dimostrazioni del Beaugrand sopra il fuso parabolico e le parabole infinite nelle sue *Exercitationes geometricæ* alle pagine 244-45, 263-91, 296-302 e ci ha conservato alla pagina 302 un estratto testuale della lettera, nella quale il Beaugrand propone al Cavalieri di applicare gli indivisibili ai centri di gravità (5).

---

(1) Cfr. *Oeuvres de Descartes ed. cit. T. III* pp. 350 et 707-717.

(2) *Le opere di Galileo Galilei, ed. naz. vol. XVIII* pp. 346-48.

(3) *Ibid.* pp. 364-65; cfr. anche p. 374.

(4) *Racconto d'alcune proposizioni proposte e passate scambievolmente tra i Matematici di Francia e me sin dall'anno 1640 in qua*, pubblicato per la prima volta da Fabroni nelle sue *Vitae Italorum doctrina excellentium qui saeculis XVIII et XVIII floruerunt, vol. I (Pisis 1778)* pp. 376-99; si trova il luogo citato nei *Mss. galileani, Discepoli T. XXXII*, car. 40.

(5) « La supplico — egli diceva — di scrivermi, se lei ha applicato la sua inventione di

Digitized by Google

Non risulta dalle relazioni o estratti citati che il Beaugrand abbia fatte menzione della dimostrazione anteriore dei problemi del Fermat, del Robeval e del Descartes. Giova ricordare che egli non ha nome senza macchia nella storia delle Matematiche, essendo stato accusato dal Descartes di certi atti subdoli riguarda al *Discours* del filosofo e dal Desargues e dal Roberval per comunicazione, con soppressione del nome dell' autore, dei metodi del Fermat e della quadratura della cicloide del Roberval. Però sono conosciute molti fatti i quali mostrano che il Beaugraud dove essere stato matematico tutt'altro che insignificante, e come ha trovato realmente da sè la dimostrazione del fuso iperbolico, così ha potuto trovare anche quelle degli altri problemi; e può porgere luce sopra la sua condotta nella presente occasione soltanto la sua scrittura, conservata forse ancora in originale o in copia nella preziosa e inesauribile miniera dei documenti galileiani e postgalileiani della Biblioteca nazionale di Firenze.

Fu risposto dal Cavalieri all'invio del Mersenne per mezzo di una lettera dal 23 novembre 1641 nella quale egli lodava la dimostrazione del Beaugrand sopra il fuso iperbolico, ma domandava nuovi dilucitazioni sopra il problema delle quadrature delle parabole infinite, come si vede dalla stampa di quella lettera fatta nelle *Oeuvres de* Fermat, *tomo IV* alle pagine 71-81. Il Mersenne rimetteva tale lettera al Fermat, e questi rispondeva mediante un documento, pubblicato nelle sue *Oeuvres*, *tomo I* pagine 195-198, in cui tocca anche alla storia del problema: « Hanc scientiam » — egli dice — « primis jam olim a nobis adinventam, Domino de Beaugrand aliisque communicaviums; favendum tamen Dominum de Roberval, qui nobis indicanvibus hiusmodi quæstiones est aggressus, earum solutiones suopte ingenio, quod perspicax et in his scientiis felicissimum habet, reperiisse ». Ma non si sa se tale risposta del Fermat sia pervenuta al Cavalieri; e quando il Roberval propose nel mese di Luglio 1643 diversi problemi sopra le infinite parabole per il tramite del Merseme al Torricelli, quello li credeva inventati del medesimo geometra di Parigi, senza pensare allo scopritore originale.

Non abbiamo, infatti, la prova d'una corrispondenza continuata tra il Cavalieri e il Mersenne. Ma essendo partito il Minimo da Parigi nell'Ottobre 1644 per un viaggio in Italia,—durante il quale fece in Roma, circa

---

dimostrare per gl'Indivisibili alla ricerca de' centri di gravità, e l'ordine, che tiene, al che giungerà, se gli piace qualche d'un esempio. Veramente altrettanto stimo questa maniera di dimostrare, perchè è brevissima, e procede direttamente, e non per l'assurdo ».

Digitized by Google

il Natale di quell'anno, la conoscenza personale del Ricci, del Magiotti, del Nardi e di altre celebrità,—egli visitò probabilmente anche il Cavalieri in Bologna, avanti il suo ritorno a Parigi nel Luglio 1645. Con la quale visita ha forse relazione quel brano di lettera del Cavalieri al Torricelli conservata in una lettera di questo al Ricci—lettera senza data, ma scritta circa questo tempo—nel quale brano il Cavalieri annunzia d'aver proposto al Mersenne la determinazione della proporzione di due certi volumi di un corpo colonniforme eretto sopra una parabola « per conferirlo al signor Robervallio » (1).

Data da questa visita, o da una corrispondenza ben presto ripresa, la proposta dal Mersenne al Cavalieri d'inviare anche lui,—come facevano i geometri di Parigi Roberval (in data del 17 aprile 1645), Hobbes, Carcavy, Cavendish e Le Pailleur — una dimostrazione della formula bene conosciuta per la tangente dell'angolo doppio espresso mediante la tangente dell'angolo semplice; essa si trova realmente, con quelle degli altri geometri, nell'opuscolo che il professore fiammingo Giovanni Pell ha consacrato alla confutazione della pretesa quadratura del circolo del matematico danese Longomontanus (2).

Il Cavalieri aveva mandata già a Parigi quella dimostrazione quando riceveva dal Mersenne una lettera, alla quale il Minimo aveva allegata una copia della famosa lettera scritta dal Roberval al Torricelli in data 1° Gennaio 1646, conservata presentemente nella Biblioteca Nazionale di Parigi (*Fonds latin 11196* fol. 1-16) e pubblicata parzialmente da Carlo Dati nella sua *Lettera a Filaleti di Timauro Antiate* ecc. (Firenze 1663) pp. 12-18. Sosteneva in questa lettera il Roberval contro il Torricelli i suoi diritti alla priorità della rivelazione della quadratura e di altre proprietà della « trochoïde » o dei corpi da essa generati, enunciando il vero valore della proporzione fra il solido generato dalla generazione della curva intorno al proprio asse ed il cilindro inviluppante. E così apprendeva il Cavalieri l'uso fatto del Roberval di una propria invenzione degli indivisibili, della quale l'autore in una posteriore lettera lunghissima contro il Torricelli dell'autunno dell'anno 1646 (la quale contenendo un completo rendiconto dei propri lavori, è d'importanza capitale dal punto

(1) Caverni, *Storia del metodo sperimentale in Italia. Tomo V* (*Firenze 1898*) pp. 558-59.

(2) Tratta di questa storia il Jacoli nella nota intitolata *Notizia sconosciuta relativa a Bonaventura Cavalieri* nel *Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche e fisiche* del principe Boncompagni *T. II, Luglio 1869.*

Digitized by Google

di vista storico) dichiarerà: *Illa ergo indivisibilia an ante nos clarissimus Cavalerius invenerit nascio: certe illud scio me integro quinquennio, antequam in lucem emiserit, ea doctrina usum fuisse in solvendis multis iisque plane arduis propositionibus* (1). Apparisce dal resto della risposta seguente del Cavalieri che quello attribuiva a sè stesso la invenzione delle quadrature delle parabole infinite, della quale accorda al Beaugrand soltanto il perfezionamento e tale opinione, participata dal Torricelli nella sua ultima lettera conosciuta al Carcavy (2), fu ripetuta dal celebre Gesuato nella sua lettera del 17 ottobre 1646 al Rocca (3) e nelle sue *Exercitationes geometricae* (1647) (4). Ma erano tali pretese senza dubbio conseguenze del fatto che nè il Mersenne nè qualche altro dei geometri francesi aveva rivelato al Cavalieri le date della invenzione del Fermat, del Roberval e del Descartes, ciò che neppure avevano fatto trascrivendo le loro dimostrazioni pubblicate del Mersenne negli articoli III e IV della *Praefatio ad Mechanicam* delle sue *Cogitationes physico-mathematicae* (1644) (5). Ma nè Cavalieri, nè gli altri discepoli di Galileo avevano potuto nutrire dei dubbi sopra la giustezza delle loro pretese a tale invenzione, prendendo in considerazione che il medesimo Mersenne aveva pubblicato i risultati sopra le infinite parabole e loro solidi di rotazione, come si trovavano nella lettera del Descartes del 13 luglio 1638, già nelle sue *Nouvelles pensées de Galilée* (6), pubblicate nel maggio 1639, cioè nello stesso anno

---

(1) *Divers ouvrages de mathématique et de physique. Par Messieurs de l' Académie Royale des Sciences. A Paris, de l'Imprimerie Royale MDCXCIII* pp. 285-86.

(2) Lettera pubblicata nella nota citata del Henry, con la data 8 Luglio 1646; è posteriore questa lettera probabilmente a quella, senza data, del Torricelli al Carcavy pubblicata del Ghinassi *l. c.* pp. 52-54, nel quale l'autore ripete la sua opinione che il concetto delle parabole infinite era dovuta al Roberval, quantunque attribuito al Fermat.

(3) « Il signor Torricelli » — egli scriveva — « ha dimostrato anch' egli la quadratura delle infinite parabole (come le hanno chiamate in Francia) per via diversissima: il quale teorema ella sa ch'io lo proposi in Francia, sebbene ora si fanno là inventori del medesimo: ma io cito per testimonio il P. Mersenno, al quale lo mandai, ed il P. Nicéron che vedendo l'ultimo problema della mia Centuria dove io lo accenno, disse di volerlo proporre colà, siccome lo propose al Beaugrand. In somma, si vede in loro anche in questa parte una emulazione grande cogli Italiani. » Notiamo che il P. Nicéron era mancato ai vivi in Aix addì 22 Settembre 1646, a soli trentatre anni.

(4) *L. c.* pp. 244-45. Cfr. anche la nota 5 alla pagina 3.

(5) Cfr. le *Oeuvres de Fermat ed. cit. T. I* p. 195 la nota 1 e le *Oeuvres de Descartes ed. cit. T. X (Paris 1908)* pp. 592-595.

(6) *Les nouvelles pensées de Galilée, mathémati ien et ingenieur du duc de Florence* etc.

Digitized by Google

in cui il maestro pubblicò la sua *Centuria*; e si noti che ivi l'argomentazione arriva a potenze assai più alte di quattro.

Ciò premesso, ecco la lettera del Cavalieri:

« Clarissimo et eruditissimo Viro Mersenne S. P. D. Caualerius.

« Credo quod iam acceperis meam demonstrationem regulae Pellij (1), ut ipse tuas accepi litteras (2), simul cum ea longissima quae dirigitur a Roberuallio ad Torricellium. Tibi sanè me plurimum debere fateor, quod tantae eruditionis plenae epistolae participem feceris. Vidi eam quad semper aegrotus potui diligentia et Domini Roberuallij summum ingenij acumen, et in his doctrinis profunditatem admiratus sum. Doleo me talibus speciminibus immiscere non posse; uetant enim Medici ob euidentem meae sanitatis iacturam. Quod non, quae ipse recenset, mihi scripsisti per Indiuisibilia ab eo inuenta esse, cum eorum nullam ipse mentionem fecerit, putaui ex tua in me propensione tantum hanc honorem Indiuisibilibus te voluisse tribuere, cum quæcunque via antiqua inueniendos etiam per Indivisibilia haberî possiut. Quidquid sit de hoc, hæc Roberualliana inuenta sanè maxima admiratione digna, et Torricellio gratissima extitisse puto, non minus ac obiectiones contra eius de motu doctrinam (3), quas semper et ipse animo obuoluens, ægrè experientiæ respondere posse eandem putaui. Quod postremo affert Roberuallius de centro grauitatis semicircumferentiæ, vide num prius inuentum fuerit à Guldino in sua *Centrobaryca*, vti suspicor (4).

Traduit d'Italien en François. A Paris, chez Pierre Rocolet ecc. *MDCXXXIX. Préface au Lecteur.* Cfr. le *Oeuvres de Descartes ed. cit. T. X* pp. 562-63.

(1) Questa dimostrazione, mandata dal Mersenne al Pell, fu pubblicata nell'opuscolo *Controversiæ de vera circuli mensura Anno MDCXLIV exortæ inter Christianum Severini Longomontanum, Cimbrum, superiorum Mathematicum in Regiâ Danorum Academia Hauniensi, Professorem publicum et Ioannem Pellium, Coricano-Regnum, Anglum, Matheseos in Illustri Amstelodamensium Gymnasio Professorem publicum, Pars prima, Amstelodami, Apud Ioannem Blaeu MDCXLVII* in 4° p. 60.

(2) Lettera perduta.

(3) Le censure di Roberval toccavano alle teorie di Torricelli spiegate nei suoi *De Motu gravium naturaliter descendentium et projectorum Libri duo*, i quali occupano le pagine 94-243 delle sue *Opera geometrica (Florentiæ 1644)*.

(4) Cfr. sopra gli studi centrobarici degli scienziati di quest'epoca il ragguaglio di Caverni nella sua *Storia del metodo sperimentale in Italia T. IV* pp. 101-155 e *T. V* pagine 263-272, in particolare pp. 302-304. Possediamo una esposizione del metodo del Roberval in data dell'anno 1645 in un manoscritto conservato nella Biblioteca nazionale di Parigi *(Fonds latin 7226)* nel quale si trova fra l'altro la determinazione dei

Digitized by Google

Quoad meam *Geometriam* quam petis, nulla hic penes me vel bibliopolas habentur exemplaria (1). Doleo autem me in hoc tibi inseruire non posse.

De libro *Sabbatismi* (2) non adhuc constat impressum fuisse. Statim ac in lucem exierit, obtiuebis; hæc enim cura incumbit nepoti Clarissimi Baliani, cuius iussu id præstare non deficient (3).

Cupio a te certior fieri de illa hyperbolæ et circuli quadratura (4), num sit absoluta, vel si circuli quadratura sit tantum per appropinquationem; num hanc supponat hyperbolæ quadratura. Hanc et ipse teneo per Indivisibilia, sed supposita circuli quadratura, quam forte cum alijs meis tenuibus inventis aliquando videbis, si tantum otij ex mea perenni ægritudine obtinuero.

Dum Roberuallius in illa epistola discurrit de Trochoide eiusque demonstrationem iamdiu inuentam in Gallia ibi contendit, memini de illa propositione infinitarum Parabolarum, quam tibi non ignotam esse reor, cui me viam præiuisse credidi in ultimo Problemate *Centuriae* meæ occasione fusi parabolici mensurandi, quod proposuerat Keplerus in sua *Stereometria Doliorum*, fortè me in eodem errore versari. Quidquid sit, cum ego processissem usque ad biquadrata, testis est Pater Niceronius, qui eam proposuit Joanni de Beaugrand, cuius tu mihi demonstrationem

---

centri di gravità precisamente del semicerchio e della semicirconferenza (cfr. le *Oeuvres de* Fermat *ed. cit. T. IV* pp. 1 et 6). Non apparisce che il Roberval abbia avuto conoscenza del lavoro del Padre de la Faille *De centro gravitatis partium circulis et ellipsis* (*Antverpiae 1632*); scriveva il Mersenne in una lettera al Torricelli senza data, ma indubbiamente dell'anno 1646: Porro nondum videramus Guldinum de Centro gravitatis nisi abhinc nudius tertius, is que iam Robervallo centium gravitatis semicirculi et semicircumierenciæ, quod primus existimabat se reperisse dixerit, quod illud ad te misisset in suis liteis (Boncompagni, *Intorno ad alcune lettere di Ev. Torricelli, del P. Marino Mersenne e di F. Du Verdus* nel *Bullettino* citato *T. VIII, 1875*, p. 432).

(1) Confermava il Cavalieri con le stesse parole la rarità della sua *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota*, messa in luce all'anno 1635, nelle sue *Exercitationes geometricae* dall'anno 1647.

(2) Confessiamo di non conoscere il lavoro quì citato.

(3) Il carteggio tra Mersenne e Baliani è rappresentatata da una lettera dell'ultimo al Minimo in data del 28 novembre 1647 (*Paris, Bibl. nat. Nouv. acq. fr. 6204*, fol. 13).

(4) Non era prima dell'anno seguente che si pubblicava il noto lavoro del Grégoire de St. Vincent (*Opus geometricum* ecc. *Antverpiæ* 1647). Ma si sa che Mersenne aveva già avute delle informazioni sopra quest'opera, riguardo a cui egli era in corrispondenza con l'autore durante la primavera 1646 e della quale egli pubblicò una recensione l'anno seguente.

Digitized by Google

misisti completam in omnibus dignitatibus A(l)gebraïcis. Ex hac pendent infinitæ Parabolæ, quas ante mea in Gallia inuentas esse dixisti. Ego sanè hoc quæsitum dico non habuisse ex Gallia, sed Beaugrand per mea iam inuenta de reliquo monitum fuisse. P. V. testis erit fidelis, siquando hæc uti meo Marte inuenta, in lucem protulero (1), cui me deuinctum fateor totumque connexum commendo.

Bononiæ die 17 Martij 1646.

P. V. Parecchio tempo dopo di avere licenziato il precedente articolo ho notato che Cavalieri aveva parlato delle infinite parabole in una lettera a Galileo del 29 Dicembre 1637 (*Opere di G. Galilei*, edizione nazionale, Vol. XVII, 1906, p. 243-4).

Risulta dalla stessa lettera che Cavalieri stava sin d' allora redigendo per la stampa la sua *Centuria*, che però vide la luce soltanto nel 1639. (Cfr. anche *op. cit.*, vol. XVII, p. 342, 383 e vol. XVIII (1906) p. 21).

Scritti d'attualità.

The Book of the Opeering of the Rice Institute. Being an Account in three Volumes of an Academic Festival held in Celebration of the formal Opening of the Rice Institute, a University of Liberal and Technical Learning founded in the City of Houston, Texas, by WILLIAM MARSH RICE *and dedicated by him to the Advancement of Letters, Science and Art.* Tre vol. leg., di complessive pagine 1110, riccamente illustrati. Houston, Texas, U. S. A.

Nel 1891 W. M. Rice, ricco signore del Massachussets, ma da tempo dimorante nella capitale del Texas, manifestò ad alcuni amici l'intenzione di fondare nella propria patria adottiva un grande istituto avente per compito di promuovere e dirigere gli studi sopra la letteratura, le scienze e le arti. Incoraggiato a tradurre in atto tale colossale disegno, si aggregò cinque eminenti concittadini per aiutarlo nel fissarne i particolari. Venuto a morte nel 1900, egli lasciò la sua sostanza, che si valuta a 10 milioni

(1) Cavalieri ha messo in esecuzione tale disegno nelle *Exercitationes geometricæ*, come si vede dalla nota precedente.

Digitized by Google

di dollari, per rendere possibile la creazione ed il funzionamento della progettata grande università. Prima cura dei personaggi incaricati di dar corpo a tale idea fu di inviare il prof. O. E. Lovett (noto per buoni lavori nell'indirizzo del Lie) di visitare le principali Università dell'Europa e e del Giappone, onde decidere quali delle disposizioni legislative e didattiche ivi adottate fosse utile porre a base del nuovo Ateneo. Nel frattempo il capitale lasciato dal Rice si accrebbe per altri lasciti, onde fu possibile acquistare una vasta estensione di terreno nelle vicinanze della città di Houston e poco dopo cominciare l'erezione di alcuni fra gli edifizi destinati a tramandare alle generazioni venture, venerato e benedetto, il nome di W. M. Rice; benchè alcune sezioni della Università del Texas funzionassero già nel 1910, pure la solenne inaugurazione ebbe luogo soltanto nell'autunno (10-12 ottobre) del 1912 con l'intervento di spiccate personalità di tutto il mondo, le quali furono invitate a tenere conferenze sulle materie di loro specialità, rispettando il canone fondamentale di non entrare in questioni politiche e di evitare ogni tendenza settaria e scegliendo argomenti apppartenenti alla Scienza pura, alla Letteratura od alla Tecnologia.

Risposero all'appello, intervenendo od inviando lavori, R. Altamira y Chevrea, E. Borel, B. Croce, H. de Vries, H. Jones, D. Kikuchi, J. W. Maekail, W. Ostwald, W. Ramsay, C. Stormer e V. Volterra. Di tale grandiosa festa della scienza offre un resoconto particolareggiato la monumentale pubblicazione il cui titolo sta scritto in testa al presente articolo.

Si apprendono da essa, anzitutto, quali assidue cure siano state spese onde assicurare basi solide e larghe all'istituto destinato a insegnare, creare ed applicare la scienza ed anche perchè le sue stesse mura con i ritratti, i busti e le massime che le ornano, dessero ai giovani notizia dei più cospicui pensatori che apparvero sino ad oggi nel mondo e dei principi legati ai loro nomi. Per dare un'idea dei criteri adattati, riferiremo i nomi dei personaggi che vennero scelti come rappresentanti dei vari rami dello scibile

Religione: S. Paolo	Giurisprudenza: Jefferson
Storia: Tucidide	Medicina: Pasteur
Filosofia: Kant	Ingegneria: Lesseps
Arte: Michelangelo	Commercio: Colombo
Matematica: Lie	Oscillazioni elettriche: Hertz
Fisica: Kelvin	Areodinamica: Langeley
Chimica: Mendeleef	Radioattività: Curie
Biologia: Darwin	Eugenetica: Galton;

Digitized by Google

evidentemente nella scelta non fu estraneo il desiderio che tutte le nazioni civili fossero rappresentate; ma ci sembra che a tale principio non si sarebbe recata offesa scrivendo il nome di Abel invece di quello di Lie e la giustizia sarebbe stata più soddisfatta. Fra le sentenze incise sulle pareti ci piace riferire le seguenti:

« Parla alla terra ed essa sarà la tua maestra » (Giobbe).

« La funzione principale dell'arte è l'ingentilire l'umanità (L. da Vinci).

« Osservando a dovere i fenomeni celesti potremo dimostrare le leggi che li governano » (Aristotele).

« Preferirei scoprire la causa di un fenomeno che divenire re dei Persiani » (Democrito).

Aggiungiamo che è intenzione dei dirigenti il « Rice Institute » di pubblicare tre periodici: uno in 4° del titolo *Annals of Letters, Science and Art,* destinato ad accogliere lavori originali importanti, un secondo in 8° avente per scopo come dice il titolo (*The Rice Institute Pamphlets*), di diffondere nel mondo discorsi, riassunti di conferenze, ecc.; l'ultimo contenente *Circulars of Informations.*

I volumi che annunciamo debbono venire cercati e studiati da tutte le persone colte, perchè contengono l'esposizione di molte idee originali fatta da coloro a cui sono dovute; ma non è questa sede per farne una completa analisi; ci corre però l'obbligo di spendere qualche parola intorno alle pagine che concernono le matematiche o la loro storia.

Sono quelle scritte da E. Borel e V. Volterra. Le prime concernono le relazioni fra le teorie molecolari e la matematica (ove è notevole l'asserzione che le trajettorie degli atomi nel fenomeno browniano possono suggerire l'idea di curve prive di tangenti), gli aggregati di misura nulla e le funzioni monogene uniformi non analitiche, nei loro rapporti con le teorie di Cauchy, di Weierstrass e di Riemann. Dal canto suo l'illustre rappresentante della matematica italiana, oltre un quadro profondo e brillante dell' opera di H. Poincarè, ha tenute tre conferenze per esporre, sotto forma generalissima, alcune idee a cui egli legò il proprio nome, cioè l'estensione da lui ideata per la teoria delle funzioni analitiche (funzioni di linee, di superficie ecc.) e le ricerche di lui fatte sopra la teoria delle onde e il metodo di Green.

Segnaliamo ai nostri lettori anche l'importante lavoro del Kikuchi sopra l'*Introduzione in Giappone della scienza occidentale* perchè completa e corregge le notizie che si hanno intorno all'importante argomento e contiene sereni apprezzamenti intorno ai contributi dati dai Giapponesi alle

Digitized by Google

nostre cognizioni ed a quanto da essi si può ragionevolmente attendere.

Non possiamo chiudere questo troppo breve resoconto se non con l'augurio caldo e sincero che il nuovo focolare di ricerche dovuto all'inesauribile generosità del popolo americono corrisponda alle intenzioni ed ai desideri dell'illuminato fondatore.

G. L.

Storia.

F. S. MARVIN, *The Living Past, A Sketch of Western Progress.* III ed. Oxferd, Clarendon Press 1917. p. XVI-296.

WALTHER LIBBY, *An Introduction to the History of Science.* Boston, Houghten-Mifflin Co., 1917. p. XI-233.

W. T. SEDGWIK and H. W. TYLER, *A Short History of Science.* New-York, The Mac-Millan Co. 1917, p. XV-474 con 9 Tavole.

Studies in the History and Method of Science. Edited by CHARLES SINGER, *with an Introduction by Sir* WILLIAN OSLER. Oxford University Press, 1917, p. XIV-304 con 51 Tavole.

F. P. BARNARD, *The Casting - Counter and the Counting - board. A Chapter in the Histery of Numismaties and Early Arithmetic.* Oxford University Press, 1918, p. 358 con 63 Tavole.

EDWAD BALL KNOBEL, *Ulugh Beg's Catalogue of Stars. Revised from all Persian Manuscripts existing in Great Britain, with a Vocabulary of Persian and Arabic words.* Carnegie Institution of Washington, 1917, pagine 109.

C. H. F. PETERS and EDWARD BALL KNOBEL, *Ptolemy's Calalogue of Stars, a Revision of the Almagest.* Carnegie Institution, 1915, p. II-207.

FLORIAN CAJORI, *William Oughtred, a great seventeenth-century teacher of mathematics.* Chicago, Open Court Publishing Company, 1916, p. VI-100.

La storia della scienza giustifica ed illustra l'insegnamento della scienza. Esponendo la continuita nel progresso di tutte le scienze a partire dalle età più remote sino all'epoca presente, i risultati ottenuti dagli scienziati del passato, dai grandi e dai piccoli, si rivelano come elementi essenziali di un sistema unico; la scienza odierna si mostra così come un organismo vivo ed in istato di sviluppo, dipendente dalla massa di coloro che lavorano in varie direzioni. Messa in evidenza l'unità fondamentale e la mutua dipendenza esistente fra le varie scienze, risulta chiara la necessità di una vasta conoscenza della scienza tutta. Ponendo in luce l'universalità della

Digitized by Google

scienza come prodotto di tutte le età e di tutte le civiltà, proprietà comune a tutta l'umanità e mezzo generale di civilizzazione, lo studio della scienza viene apprezzato come qualche cosa di umano e di vitale, come una forza unificatrice ed umanizzatrice, alla quale sono ignoti limiti di tempo o di spazio.

La storia della scienza dimostra ad evidenza come le scoperte anche dei massimi scienziati fossero inevitabili e come, quasi, accidentali siano stati i nomi associati alle scoperte notevoli.

Qualunque lavoro relativo alla storia della scienza deve dimostrare la continuità, l'unità o l'universalità della scienza, subordinando od armonizzando i particolari in modo tale che i progressi della scienza non riescano oscurati dai dettagli. Per conseguire tale scopo le cognizioni scientifiche sono assolutamente indispensabili ed altrettanto indispensabile è una certa famigliarità con i metodi storico-scientifici.

Nel 1910 fu pubblicata un'opera che può veramente dirsi un saggio serio e ben riuscito nel campo della storia della scienza: *Die Naturwissenschften in ihrer Entwickelung und in ihrem Zusammenhange*, di F. Dannemann; opera in quattro volumi pubblicata da Engelmann, non è il primo contributo dato dall'autore alla storia della scienza; giacchè il Dannemann è favorelmente noto per il suo *Grundriss einer Geschichte der Naturwissenschaften*, che vide la luce nel 1896. Il primo dei due volumi costituenti quest'opera consta di estratti dalle opere dei grandi scienziati di tutti i tempi e di tutti i popoli; di recente esso venne ristampato sotto il titolo *Aus der Werkstatt grossen Forscher*. Il secondo volume del *Grundriss* è costitituito da una storia metodica della scienza e, sviluppandosi, ha dato luogo alla più recente opera in quattro volumi.

Particolarmente notevole è il superbo disegno del noto scrittore italiano di storia della scienza Aldo Mieli. Egli si propone di scrivere la storia delle sviluppo del pensiero scientifico dalle origini sino alla fine del XVIII Secolo II; il I vol., *I Prearistotelici* (Firenze, 1915) è opera di sommo pregio e fa ben augurare intorno all'esito dell'intero progetto.

In certi campi speciali della scienza esistono opere che servirebbero come modelli per un'opera sopra la storia della scienza nel suo insieme. Sir Thomas Heath, il quale ha contribuito più di qualunque altre a popolarizzare la scienza greca, pubblicò nel 1913 una storia dell'astronomia greca: *Aristarchus of Samos the ancient Copernicus, A history of Greek Astronomy to Aristarchus, together with Aristarchus's Treatise on the sizes and distances of the sun and moon* (Oxford, 1913). Partendo dai

Digitized by Google

concetti dell'universo che si trovano in Omero ed Esiodo, Heath traccia maestrevolmente lo sviluppo successivo delle idee e delle teorie astronomiche presso i Greci; una parte di tale programma era stato svolto dall'altro grande cultore della scienza dei Greci, Paul Tannery, nella sua opera *Pour l' histoire de la science hellene, de Thalès à Empedocle* (Paris, 1887).

I contributi dati alla scienza greca da Gino Loria sono opere di un maestro. L'opera in cinque volumi di Pierre Duhem intitolata *Le système du monde* è un altro lavoro classico riguardo alla storia della scienza; la *Storia della Meccanica* di Ernesto Mach è un'altra produzione del medesimo tipo di eccellenza.

Si può domandare se esiste qualche caratteristica comune a tutti questi uomini che scrissero opere classiche sopra la storia della scienza. Una tale caratteristica può trovarsi in ciò che ciascuno di questi autori cominciò apportando effettivi contributi a qualche punto speciale della storia di qualche scienza particolare, prima di affrontare il difficile compito di presentare un quadro dello sviluppo della scienza nel suo insieme.

È possibile che l'autore della piccola, ma notevole pubblicazione *The Living Past* sia stupito di trovare questa in un elenco di opere sulla storia della scienza. In realtà questo libro dà un quadro della storia della civiltà, esagerando la parte rappresentata dalla scienza nello sviluppo del mondo; ma gli storici passati si sono così ristretti alla storia politica che sembra desiderabile richiamare l'attenzione degli scienziati sopra un'opera in cui si trova equamente riconosciuta la funzione dell'intelligenza nello sviluppo della cultura.

La storia dell'« elevazione della comune unità mediante la scienza come forza che collega ed unisce » è il principale scopo che si propose l'autore di *The Living Past*. I capitoli che la costituiscono sono intitolati:

Contemplando il passato, L'infanzia della razza, I primi imperi, I Greci, I Romani, Il Medio Evo, Il Rinascimento ed il Nuovo Mondo, L'alba della scienza moderna, La rivoluzione industriale, La Rivoluzione, Progressi sociali e politici posteriori alla Rivoluzione, Guardando verso l'avvenire.

In generale gli storici non hanno ritenuto di loro competenza lo studio dei progressi verificatisi nelle razze primitive, perchè le istituzioni politiche e sociali, come tali, lasciarono poca traccia di sè; invece lo sviluppo scientifico, se considerato a dovere, ci racconta la propria storia completa. I risultati ottenuti dagli Egiziani e dai Babilonesi nella scienza ap-

Digitized by Google

plicata, essendo noti anche periodi lunghi in cui la loro storia politica è del tutto sconosciuta, continuarono a godere di una certa considerazione nelle storie ordinarie. L'influenza dell' uomo primitivo e di queste remote civiltà nella nostra civiltà occidentale è esposta assai bene nell'opera in cui ci occupiamo.

Lo sviluppo scientifico greco, a partire da Talete e dai suoi maestri Egiziani fino a Ipparco ed ai suoi precursori Babilonesi è ritratto come parte vitale e fondamentale del progresso della civiltà in Grecia.

Nei capitoli relativi a Roma ed al Medio Evo la scienza esercita, naturalmente, una funzione di importanza minore.

I progressi scientifici dei Greci da Talete ed i suoi maestri Egiziani sino a Ipparco ed i suoi precursori Babilonesi sono ritratti dall'autore come parte vitale e fondamentale del progresso della civiltà in Grecia. Nei capitoli sopra Roma ed il Medio Evo la scienza, naturalmente, ha una parte minore.

I progressi sostanziali degli Arabi e l'influenza del sapere arabo sopra la nostra civiltà occidentale non sono adeguatamente riconosciuti. Le crociate e la fondazione delle Università sono registrate quali i due grandi movimenti che condussero ad un'èra novella rappresentando essi uno il metodo per allargare l'orizzonte mentale mediante i viaggi e l'altro il metodo di studio. Altrettanto possente fu il movimento scientifico prodotto dallo studio e dalla versione di grandi opere scientifiche arabe, riunendo esso in sè i due principi — viaggio e studio — che sono effettivamente stimoli potenti al lavoro intellettuale.

La parte delle scienze matematiche nel Rinascimento è presentata assai bene ed egualmente bene l'ufficio che i matematici della Grecia disimpegnarono, per via quasi diretta, sulle recenti scoperte. La geometria analitica e l'analisi infinitesimale sono caratterizzate a dovere dal dott. Marvin come le scoperte più notevoli e più potenti di tutti i tempi e come determinatrici di un'era novella. Delle teorie di Darwin è detto che sono applicabili a parecchi campi e servono d'illustrazione « al continuo progresso di tutte le cose, col mezzo di mutamenti piccoli e regolari ».

Qualunque scenziato acquisterà, leggendo questa opera egregia, una nuova visione e nuove ispirazioni.

È forse opportuno di venire rilevato che non fu sinora dimostrato che Giovanni Müller (Regiomontano) « tradusse le opere di Tolomeo e le Coniche di Apollonio » come viene dall'A. asserito a p. 148.

L'*Introduction to the History of Science* del Libby, è un libro che col

Digitized by Google

modesto proposito di trarre profitto dell'interessamento che dimostrano i giovani fra i diciassette ed i ventidue anni (ed i loro colleghi intellettuali) per dirigerne l'attenzione alla storia dello sviluppo delle scienze. La continuità, l'unità e l'universalità della scienza vengono presentate in modo da interessare il lettore generico, anche se non può venire a rigore annoverato fra i « colleghi intellettuali » della gioventù fra i diciassette ed i ventidue anni. Non v'ha dubbio che la critica più seria che può venire rivolta contro quest'opera è la totale mancanza di equilibrio, la quale si può spiegare soltanto in piccola misura tenendo conto della classe di lettori a cui pensava l'autore. Le divisioni artificiali di tutta l'opera, contrastando vivamente con l'elemento biografico, specialmente quando si tratta di pensatori inglesi od americani, sono assai infelici; la capacità scientifica degli studenti universitari destinati a servirsi di questo libro è abbastanza cospicua per autorizzare una trattazione più logica e storicamente corretta. Le notize bibliografiche non sono degne del testo; si doveva renderle realmente significanti, altrimenti era meglio sopprimerle. L'intonazione dell'opera è buona e si può dire che l'A. abbia in buona misura conseguito lo scopo che si è proposto.

I primi due capitoli fanno conoscere la scienza in Egitto, in Babilonia ed in Grecia, nel modo che si poteva ragionevolmente attendersi, nel breve giro di circa ventisette pagine. L'A., al pari di molti altri scrittori, prende troppo sul serio l'amore degli Egizioni per la pratica ed il disprezzo per essa dei Greci. Certamente i problemi egiziani sopra le progressioni aritmetiche e geometriche, i problemi sulle equazioni di primo grado che si trovano nel papiro di Ahmes ed i posteriori problemi relativi alle equazioni quadratiche pure non provengono da bisogni pratici; così noi sappiamo con sicurezza che Archimede ed altri Greci fecero applicazioni pratiche dei teoremi da essi scoperti. Il significato della sfera e del cilindro incisi sulla tomba d'Archimede non è affatto chiaro. Archimede si vantava con ragione di avere scoperte le espressioni della superficie e del volume della sfera; il cilindro circoscritto fu aggiunto come metodo conveniente per ricordare quelle espressioni.

In altre venticinque paginette si trova esposta la storia della scienza da Vitruvio a Francesco Bacone. È certamente andare un po' lesti! È citato Tolomeo il geografo ma non la sua geografia; Erone, Pappo e parecchi altri sono passati sotto silenzio. Quasi cinque pagine sono dedicate agli Arabi. L'A. constata che « i nomi dei grandi astronomi e matematici arabi non sono generalmente noti; la loro influenza è maggiore di quanto sia

Digitized by Google

la loro fama ». Ma gli studenti « dai diciassette ai ventidue anni » non potrebbero sopportare che pochi dei nomi che sono conosciuti a noi (per quanto non « popolarmente »). Fra coloro le cui scoperte sono citate anonimamente si trovano Al-Khowarizmi (algorism), i Beni Musa, Al-Hasan, Nasir ed-Din al-Tusi e Ibn Junis; e senza grande fatica si potrebbe aggiungere un'intera lista di altri nomi di scienziati arabi. Non è completamente vero che con la morte di Averroè « la cultura della scienza liberale ebbe termine fra gli Arabi ». Dopo quell'epoca Nasir ed-Din al-Tusi (1201-1274) svolse la trigonometria piana, merito che viene erroneamente e comunemente attribuito a Regiomontano; assai dopo Avverroè (1437) Ulugh Beg pubblicò il suo catalogo di stelle compilato nell' osservatorio di Samarcanda. Questa sezione dell'opera non merita critica particolareggiata.

A Francesco Bacone è dedicato uno spazio maggiore che alla Grecia ed al suo « Catologo di storie particolari » più spazio che alla scienza araba. Direi che senza seria alterazione nell'evoluzione storica delle idee scientifiche, questo capitolo potrebbe venire soppresso.

La discussione delle scoperte di Newton appare molto appropriata in un capitolo intitolato « Cooperazione nella scienza. La Società Reale ».

L'intimo legame fra l'opera di Newton e quella di Keplero, Huygens, Halley, Hoocke, Wren, Bulliau e Picard è esposta benissimo; in unione a questi Ticone Brahe e Copernico avrebbero potuto essere almeno nominati ed avrebbe potuto venire particolarmente menzionata l' importanza dello studio delle sezioni coniche fatto dai Greci. Nessuna migliore illustrazione della cooperazione scientifica può trovarsi per quanto si cerchi che nella storia delle leggi dell' universo e della loro scoperta. Le altre scoperte di Newton sono accennate; particolarmente deplorevole è l'omissione del calcolo infinitesimale.

A Beniamino Franklin è dedicato un capitolo che occupa un ventesimo di questa storia della scienza in tutto il mondo.

Nel capitolo sopra « Lo scienziato. Sir Humphry Davy » un po' di spazio avrebbe potuto venir dedicato alle scoperte di Michele Faraday.

Un capitolo molto interessante ed istruttivo è quello consacrato alla scoperta di Nettuno « mediante mucchi di algebra », come, se non erro, ha osservato de Morgan.

La scienza moderna e le invenzioni moderne vengono valutate a dovere. I contributi dati dagli Americani a tale campo sono indiscutibili e notevoli. Una breve discussione sul telegrafo ed il telefono sarebbe stata opportuna nel capitolo sopra « la Scienza e l'Invenzione » e la telegrafia senza

Digitized by Google

fili ed i sottomarini dovrebbero senza dubbio prendere posto nella discussione intorno alle importanti invenzioni umane. Il calcolo infinitesimale e la geometria analitica dovrebbero certamente venire incluse fra le memorabili scoperte dell'uomo.

L'ultimo capitolo sopra la Scienza e la cultura democratica è felicemente concepito. È proprio vero che la coltivazione delle scienze deve tendere « a promuovere un tipo di cultura democratico piuttosto che aristocratico »: e, insegnata a dovere, la scienza può costituire « la nuova umanità ».

L'indice ci sembra fatto senza troppa cura: io ho notato a caso l'omissione del nome di Harvey (p. 38, 73, 78 - 80, 85) ed un rinvio sbagliato.

A Short History of Science di Tylor e Sedgwik è presentata al lettore sotto aspetto tanto attraente che fa nascere l'aspettazione di un'opera di un alto grado di eccellenza; sgraziatamente il contenuto non mantiene quello che la forma promette. Le citazioni allegate al titolo di ogni pagina mostrano che gli autori hanno qualche concetto degli scopi che ha la storia della scienza, ma nel testo i particolari di rado sono presentati in modo da porgere un'idea della continuità, unità ed universalità della scienza. Altrettanto serio è il fatto che gli autori non danno prova di alcun apprezzamente serio dei valori storici, citando a lungo opere secondarie od anche di seconda o terza mano. Nella massa delle citazioni se ne trovano di pregevoli, come quelle di Eudemo, Teofrasto, Aristotele, Priesteley, Maclaurin, ma in maggioranza sono citazioni senza valore, fiacche e perniciose; il metodo di comporre una storia della scienza con citazioni di ogni specie, ma escludendo i capolavori originali, merita ben poca lode. L'opera in esame sarebbe stata antiquata anche dieci anni fa, perchè mostra poca famigliarità con le pubblicazioni fatte nel presente secolo.

Lo scheletro dell'opera è commendevole e la distribuzione dello spazio sembra bene concepita. Le illustrazioni sono bene scelte, entro i limiti assunti; ma sono eccessivamente limitate data la natura dell' opera. Le appendici contengono un materiale di reale valore storico, eccettuato l'elenco bibliografico che è insanabilmente incompleto.

Chi scrive si restringerà nelle sue critiche speciali al campo della scienza antica e medioevale.

Parlando dell'aritmetica babilonese (pp. 26-27) gli autori mostrano di ignorare lo zero dei Babilonesi, benchè ne sia menzione in qualunque trattato moderno relativo alla matematica in Babilonia e ne sia stato ripetutamente tenuto parola nella letteratura periodica moderna.

Digitized by Google

La dipendenza della scienza greca da Babilonia e dall'Egitto è toccata troppo lievemente; è evidente che gli autori non hanno alcuna famigliarità con le autorità moderne in questo campo, come Boll e Cumont. La asserzione (p. 43) che la matematica degli Egiziani e dei Babilonesi « era semplicemente un ordigno foggiato troppo rozzamente per soddisfare reali bisogni » è dimostrata falsa dalle tavole di quadrati e cubi dei Babilonesi, dai contributi alle equazioni di primo ed anche di secondo grado dati dagli Egiziani, nonchè dalle cognizioni di questi ultimi sopra le serie aritmetiche e geometriche (che andavano almeno ricordate a p. 34). Per nessuno di questi sviluppi vi era una necessità pratica, il che può ripetersi per la maggior parte del contenuto del papiro Ahmes.

Le fondamentali considerazioni svolte dai Pitagorici sopra l' « applicazione delle aree » non furono evidentemente comprese dagli autori, dal momento che essi parlano (p. 51) di « un certo numero di teoremi concernenti l'applicazione di una superficie sopra un'altra ». Un po' di studio sopra i teoremi in questione (Euclide *Elementi* I, 44 e VI 26-29 e *Dati*) avrebbe rivelato che questa teoria si riferisce all'applicazione di un'area ad una *retta*, per quanto ciò possa sembrare strano a un neofita della scienza greca. Ulteriori studi avrebbero mostrato che questo gruppo di idee è intimamente legato a la costruzione del pentagono regolare, la sezione aurea e la teoria degli irrazionabili.

L'asserzione (p. 67) che Ippocrate « fece un uso effettivo della *reductio ad absurdum* come metodo per collegare una proposizione ad un'altra » è ben lungi dall'essere chiara; di più non è noto alcun legame fra Ippocrate e quel metodo. La discussione concernente le lunole di Ippocrate, oltre il caso più semplice, non è chiara, perchè si arresta al punto in cui il vero genio e l'abilità dello scrittore si è dimostrata nelle soluzioni più elevate, cose che non si manifestano nell'unica che può essere seguita da qualunque principiante in geometria. La notazione usata nella discussione concernente la « inserzione di due medie » ideata da Ippocrate spianò la via che conduce alla soluzione del problema mediante sezioni coniche dovuta a Menecmo (p. 76); invece la connessione fra l' una e l'altra non è indicata dagli autori.

Epicuro è menzionato (p. 32-34), ma nulla è detto riguardo all' insegnamento dato nella sua scuola nè intorno al suo significato per la storia della scienza.

Il quinto postulato di Euclide, il postulato delle parallele, non va designato sotto il nome di dodicesimo assioma (p. 91), dal momento che non

Digitized by Google

è un assioma, ma un postulato. Questi vocaboli confondono i nostri autori. La valutazione critica di Euclide—undici linee degli autori e circa novanta di citazioni svariate—lasceranno lo studente sbalordito, fra quanto è asserito e quanto è negato o viceversa. Una semplice citazione di Heath o Tannery, autorità riconosciute in questo campo, avrebbe dato un risultato molto migliore che questa massa di citazioni contraddittorie.

La quadratura della parabola secondo Archimede è data in una forma inintelligibile a chi già non la conosca. Il punto importante consiste in ciò che la parabola si presenta come limite della somma di una progressione geometrica avente per ragione $^1/_4$. Inoltre si sarebbe dovuto notare che quella proposizione fu dimostrata la prima volta col famoso metodo « meccanico », il quale sgraziatamente non viene spiegato.

Che Eratostene fosse un atleta (p. 103) non è un fatto degno di ricordo storico. È vero che fu chiamato « pentathlon », ma ciò per la sua versatilità negli studi. Questo divertente equivoco è del resto comunissimo, essendo perpetrato persino nel *Dictionnary of Classical Antiquities* dell'Harper. Ipsicle (p. 115) aggiunse agli *Elementi* di Euclide un libro, il XIV, non due. La biografia di Galeno s'incontra due volte (p. 113 e 146-147), ma nè l'una nè l'altra volta è menzionato il significato di Galeno come fisiologo *sperimentatore;* anzi questo fatto sembra ignoto agli autori (p. 113 e 255). La stima fatta dal Gow del valore di Pappo (137-138) avrebbe bisogno di revisione al lume delle conoscenze moderne sopra questo grande matematico greco.

Sono dati giudizi contradittori sopra Strabone, che indubbiamente è una grande figura nella storia della geografia e della scienza in generale (pp. 145-147). È possibile si tratti di un errore di penna considerare Tolomeo (circa 150 d. C.) come un « grande predecessore » di Strabone (50 a. C.); però ripetere che « la geografia matematica comincia con Eratostene e Tolomeo, ma diviene superficiale e descrittiva con Strabone ed anche con Posidonio » è in tanti modi differenti un'offesa alle verità storiche che deve tacere nel critico qualunque sentimento di carità. Strabone precede Tolomeo nella scienza greca, non nella romana.

Il capitolo sulla scienza indiana ed araba e sui mori di Spagna è per avventura il più deficiente di tutta l'opera, sia per estensione, che per intento e contenuto. Le citazioni porgono preziosi lumi intorno al genere di ricerche e di letture che precedettero la composizione di questo capitolo, perchè contengono i nomi Ball, Berry, Draper, Dreyer, M. Hume, March Philips e Gibbon. Una citazione importante da un' opera originale, è presa

Digitized by Google

dal *Lilavati* di Bahascara ma è attribuita a Brahmagupta. La valutazione dell'opera degli Arabi in una lunga citazione (p. 169-170) tratta da March Philips (*In the Desert*) è totalmente falsa e fantastica ed in contraddizione con i giudizi di Berry, Wiedemann e Draper; sventuratamente essa è suffragata da un sommario breve e traviatore fatto dagli autori (pagine 170-171).

Il capitolo successivo, « Progressi della scienza sino al 1450 », è esso pure fondato sopra informazioni estremamente deficienti. L'*Aritmetica* di Boezio, che avrebbè dovuto essere citata come una traduzione di Nicomaco, non ha nulla a che vedere con i numeri romani (pag. 128). Il riassunto relativo all'aritmetica arabico-indiana è un' assurda citazione da Abelson, che non è certo un'autorità sull'argomento.

Quando gli autori toccano proprio la scienza moderna si sentono sotto i piedi una base più solida. Allora le loro eminenti qualità scientifiche li pongono in grado di interpretare in modo interessante il movimento scientifico avvenuto ai nostri tempi.

L'opera può esercitare una benefica influenza risvegliando l' interesse per la scienza in genere. Ma produrrà un immenso pregiudizio per la diffusione di idee totalmente false intorno all'evoluzione della scienza.

Una casa editrice non ha qualche dovere verso il pubblico ? Ci sembra che ne abbia, epperò sembra che una parte del nostro biasimo debba ridondare su un editore che presenta alla propria clientela un' opera che contiene tante notizie errate.

Gli *Studies in the History and Method of Science* abbracciano, oltre una interessante introduzione del dott. William Osler, le seguenti monografie : *Le vedute scientifiche e le visioni di S. Ildegardo* (1098-1180) di Charles Singer (pp. 1-15) ; *Vitalismo* di J W. Jenkinsen (pp. 59-78), precedute da un breve schizzo biografico dell' autore, che fu ucciso a Gallipoli ; *Studio intorno all'anatomia nella prima Rinascenza*, con un nuovo testo ; L'*Anathomia di Gerolamo Manfredi trascritta e tradotta da A. Mildred Westland*, di Charles Singer (p, 78-164) ; *La benedizione del crampo muscolare, capitolo della storia del trattamento dell'epilessia*, di Raymond Grawfurd (p. 165-187) ; *Il dott. John Weyer e la strega Mania* di E. T. Withington (p. 199-224) ; *Il Tractatus de Causis et Indiciis Morborum » attribuito a Maimonides* di Reuben Levy (pp. 225-234) ; *Scoperta scientifica e dimostrazione logica* di F. C. Schiller (235-229).

Questo volume di saggi rappresenta una notevole aggiunta alla storia della scienza anche prescindendo dal fatto che promette parecchie altre

Digitized by Google

contributi a questo campo. L'editore, il dott. Charles Singer, e la sua eletta signora sono entrambi molto e favorevolmente noti per eruditi contributi alla storia della medicina e delle scienze naturali nel Medio Evo. Un gruppo di studenti lavora ad Oxford sotto la direzione del dott. Singer, compiendo ricerche particolarmente nel campo medioevale, dove tanto resta a fare. Inoltre, per impulso dei conjugi Singer, nella Bodleian Librairy si fanno acquisti che favoriscono le ricerche relative alla storia della scienza. Le risorse di quella celebre biblioteca saranno sfruttate da un grande numero di eminenti scrittori nella storia delle scienze.

Il primo saggio degli *Studies*, che tratta di S. Ildegardo, è un vero modello di eccellenza per un lavoro di detta specie. Venticinque grandi tavole e nove figure porgono il lavoro illustrativo tanto necessario alla esatta intelligenza di opere relative alle scienze naturali. Le cognizioni di S. Ildegardo relative alla geografia, all'anatomia ed all'astronomia sono di particolare interesse per essere notevolmente esenti da influenza araba. Per quanto riguarda le « Visioni », nella qual forma la materia delle opere di S. Ildegardo si presentò a lui, ciò è in parte il prodotto della moda del tempo, come osserva il dott. Singer, ed in parte dello stesso tipo delle ispirazioni improvvise comune agli investigatori in altri campi. L'improvvisa ispirazione di W. R. Hamilton relativa ai quaternioni, nonchè alcune analoghe esperienze descritte da Poincaré e comuni a matematici, scienziati, artisti e letterati, sono probabilmente « visioni » dello stesso genere. Con la stessa cura è condotto lo studio sopra l'*Anathomia* del Manfredi (1490). Gli studi sul campo muscolare e sulla stregomania sono contributi interessanti alle scienze occulte ed alla storia del conflitto fra la scienza e la superstizione. Lo studio del Levy prova che Maimonide non scrisse alcun lavoro intitolato *Tractatus de Causis et Indiciis morborum;* chi studia la scienza araba ed ebraica incontra qualche difficoltà a spiegare perchè quest'opera venga comunemente attribuita a Maimonide. Gli studi di Jenkinson e di Schiller toccano particolarmente la filosofia della scienza.

Il contributo alla storia dell'aritmetica dato da *The Casting-Counter and the Conting-Board* del prof. Barnard corrisponde sotto ogni aspetto all'alto livello raggiunto dalle pubblicazioni sulla storia della scienza fatte dall'Oxford Press. Per più di trecento anni dopo che l'aritmetica arabico-indiana era nota in Europa i calcoli continuarono a farsi mediante gettoni con una procedura simile al calcolo dell'abaco. I materiali ed i metodi di questo metodo di calcolo come sono spiegati da Barnard, sono inte-

Digitized by Google

ressanti tanto per gli archeologi che si interessano del Medio Evo, quanto per coloro che studiano l'evoluzione dell'aritmetica.

Ulugh Beg (1393-1449), nipote di Tamerlano, compose molte opere di astronomia e di matematica. Nel preparare le sue *Tavole*, di cui il catalogo delle stelle non rappresenta che una piccola parte, egli calcolò nuovamente i valori dei seni introducendo alcuni perfezionamenti che portarono ad un grado di precisione superiore a quello che era stato sino allora raggiunto. Il *Catalogo* stellare, composto verso il 1437, era fondato sopra l'*Uranometria* di Abd al-Rahman al-Sufi (903-986). Le *Tavole ilkhaniche* di Nasis ed-Din al-Tusi (1201-1276), il quale scrisse il primo trattato di trigonometria piana, furono pure adoperate da Ulugh Beg. I due cataloghi stellari appartengono ai notevoti contributi alla scienza resi possibili dai fondi della Istituzione Carnegie. Entrambi possiedono importanza fondamentale nella storia dell'astronomia e della scienza; ciascuno dei cataloghi originali rappresenta, non soltanto lo sforzo d'un uomo, ma piuttosto l'opera di una serie di lavoratori, alcuni anonimi, che abbracciano un lungo periodo. Sino a Ticone Brahe l'elenco di stelle dato da Tolomeo « era praticamente l'unica fonte di notizie sulla posizione delle stelle che il mondo possedesse » perchè l'elenco assai più preciso di Ulugh Beg non poteva generalmente adoperarsi.

In totale trentatrè manoscritti greci, latini ed arabi dell'*Almagesto* e di parti dell'*Almagesto*, vennero utilizzati dagli autori, che entrambi hanno attitudini eccezionali per lavori di questa specie. Il più antico ms. dell'*Almagesto* che si conosca è probabilmente il Codice Parigino 2389, del IX secolo, che porta il timbro di Enrico IV e che une volta apparteneva a Caterina de Medici; una copia della traduzione latina fatta da Gherardo di Cremona-Codice del British Museum, Burney 275 — appartenne a Papa Gregorio XI (1370-1388) e venne regalato da Clemente al Duca di Berry ». Un ms. arabo-British Museum Arabic Manuscript, Reg. 16 A. VIII— porta scritto nella prima pagina « This book belonged te Sultan Ahmed ye Turkish Emp'r... ». Altri notevoli eruditi, che s'interessavano del contenuto dell'*Almagesto* assai più di questi capi di stato, vanno ricordati per essersi in qualche modo occupati dell'*Almagesto*; fra questi dotti si trova il figlio d'un califfo, l'arabo Al Mamun cm. 233), che fece una o due delle traduzioni arabe di eguale antichità e di esattezza persino maggiore dei mss. greci tuttora esistenti. Buon numero di grandi tavole, che riproducono alcuni dei più antichi mss., aumentano di molto l'interesse ed il valore dell'opera in questione.

Digitized by Google

Il piccolo volumetto del prof. Cajori porge un delizioso quadro della vita di quell' amatore della matematica che fu William Oughtred. I libri di testo dell'Oughtred sono speciali contributi all'insegnamento dell'algebra e della trigonometria. La sua invenzione del regolo calcolatorio e la sua probabile invenzione del $\times$ come segno di moltiplicazione sono contributi importanti, che attestano anche l'interesse generale di Oughtred per i calcoli aritmetici.

Merita venire rilevato, come segno della considerazione crescente della storia della matematica nelle università Americane, il fatto che l'egregio autore venne recentemente eletto Professore di storia della matematica nell'università di California.

L. C. KARPINSKI (*)

G. R. KAYE, *Indian Mathematics.* 8° picc., p. 73. Calcutta and Simla, Thakes, Spink and C.o 1915.

« Gli Orientalisti che un secolo fà investigarono la storia e la letteratura dell'India », osserva l'autore esordendo, « non erano sempre perfetti nei loro metodi di ricerca, in conseguenza diffusero parecchi errori. A poco a poco, però, si giunse a procedimenti più sicuri ed oggi noi siamo in grado di contemplare i fatti secondo una prospettiva più esatta. In particolare l'antica cronologia venne largamente esaminata e tale revisione in certi casi produsse effetti notevoli sulla storia delle matematiche e di congeneri argomenti. Secondo la tradizione ortodossa indiana il *Surya Siddhauta,* la più importante opera astronomica degli Indiani, sarebbe stata composta più che due milioni di anni fa! BALLY, alla fine del XVIII secolo, riteneva che l'astronomia indiana riposasse sopra osservazioni accurate fatte 2000 anni a. C. LAPLACE, ragionando sopra le cifre date da BALLY, considerava che, circa 3000 anni a. C. gli astronomi indiani avevano registrate delle osservazioni dei pianeti *esatte sino ai secondi;* PLAYFAIR appoggiò con eloquenza le idee di BAILLY; Sir WILLIAM JONES arguì che delle osservazioni esatte debbono essere state fatte almeno nel 1181 a. C., ecc.; ora in seguito alle indagini di COLEBROOKE, WHITNEY, WEBER, THIBAUT ed altri furono adottati modi di vedere più prossimi al vero; cioè fu dimostrato che le osservazioni usate da BALLY erano molto recenti e che l'epoca in cui fu composta l'originale del *Surya Siddhanta* non fu certo ante-

(*) Traduzione autorizzata di un articolo pubblicato nel periodico *School and Society,* 21 dicembre 1918.

Digitized by Google

riore al 400 dell'E. v. In generale si può constatare che la tendenza generale degli antichi Orientalisti era di antedatare, tendenza visibile nelle discussioni collegate alle due notevoli opere, il *Sulva sutra* e l'aritmetica *Bakhshali*, le cui date non furono sino ad ora fissate definitivamente. Durante il secolo XVI la tradizione indiana ascriveva l'invenzione delle nove cifre con le note convenzioni relative alla loro situazione « al benefico Creatore dell'Universo »; e ciò venne accettato come prova della grandissima antichità di quel sistema. È questo un esempio particolare di una tendenza generale, perchè le prime opere indiane pretendono di essere state rivelate, ossia di origine divina; in conseguenza noi non troviamo assolutamente nessuna allusione ad origini od influenze straniere. Tuttavia noi abbiamo un grande numero di fatti che provano ad evidenza che l'influsso esercitato dall'estero esistette realmente ».

Queste frasi (ed altre del genere che potremmo aggiungere) provano che l'A. non è in alcun modo disposto ad accettare l'eredità degli storici anteriori senza beneficio d'inventario, il che non stupirà coloro che già conoscono le altre sue pubblicazioni sulla matematica indiana.

Nella presente egli divide la storia di questa in tre periodi; il primo, rappresentato dal *Sulva sutra*, comincia non prima del 200 E. v.; il secondo è di carattere astronomico e comprende gli anni 400-600; il terzo è il periodo della matematica indiana propriamente detta e va dal 600 al 1200. Secondo lui gl'indiani si occuparono di matematica, non per amore del vero, ma soltanto con intenzioni religiose, onde nulla prova essere vera l'opinione del Bürk che Pitagora sia stato discepolo dei sacerdoti di Budda.

Nelle opere astronomiche del secondo dei detti periodi egli trova la prima menzione della frazione *seno*, mentre di solito si ritiene che essa faccia la propria apparizione in Albategno (877-919).

In generale la mancanza di definizioni e di ordine logico rappresenta una differenza sostanziale fu la geometria indiana e la matematica degli antichi Greci; onde, se anche nella prima si trova qualche gemma (si allude qui specialmente alle belle formole relative all'area ed alle diagonali del quadrilatero inscritto in un cerchio), nel suo insieme non si può riguardare come opera originale e tanto meno ritenere rappresenti una fonte delle nostre cognizioni geometriche. Finalmente, secondo il Kaye, vi sono buone ragioni per ritenere non affatto stabilito essere il nostro sistema numerale di origine indiana.

Queste ed altre nuove osservazioni esposte dall' A. stanno a provare

Digitized by Google

come tutto il modo consueto di concepire lo svolgimento e la sostanza della matematica indiana esiga profonde modificazioni; il Kaye il quale, vivendo sulle rive del sacro Gange ha la possibilità di abbeverarsi alle sorgenti non ancora disseccate, si trova nelle condizioni più favorevoli per portare a buon fine il lavoro di ricostruzione da lui architettato ed iniziato. Onde auguriamo che il breve saggio che oggi annunciamo sia l'araldo di una sua opera esauriente sopra l'importante soggetto. G. L.

NOTIZIE

Concorsi. — Tema d'astronomia proposto dalla R. Accademia di Danimarca. « Sino ad oggi non si è tratto tutto il partito possibile dalle osservazioni fatte sopra le stelle del tipo spettrale N (4° tipo, secondo la notazione del Secchi). La loro parallasse media venne determinata, in via provvisoria, dal Kapteyn, nel 1910; ma quasi nulla si conosce sopra le loro velocità e le nostre cognizioni intorno alla loro distribuzione nello spazio si riduce a raggrupparle essenzialmente nelle vicinanze della via lattea. In base a siffatte considerazioni l'Accademia pone a concorso per la propria Medaglia d'Oro il seguente soggetto: *Studiare le distanze delle anzidette stelle, la loro distribuzione nello spazio e, per quanto possibile, le loro velocità e la distribuzione di queste* ». Scadenza 31 ottobre 1920. I lavori dei concorrenti vanno indirizzati al prof. M. Knudsen, professore a l'Università ed al Politecnico di Kopenhagen. Essi debbono essere scritte in una delle lingue: danese, norvegese, svedese, inglese, tedesco, francese, latino e presentati anonimi con un motto.

La Società Jablonowski di Lipsia propone per il 1921 il seguente tema di concorso: « Estendere in qualche direzione la teoria delle equazioni funzionali differenziali; è specialmente desiderabile la trattazione completa di qualche nuovo caso particolare ». Scadenza 31 Ottobre 1920. Premio Mk 1500.

La Facoltà filosofica dell'Università di Berlino pone a concorso il problema seguente: « Applicando la teoria dei divisori elementari determinare i criteri per decidere se una data matrice sia suscettibile di rappresentazione come prodotto di due matrici gobbe simmetriche ». Scadenza 4 giugno 1919.

* * *

Lutti recenti nel campo matematico. — E. R. Noevius, nato a Fridrikshamn (Finlandia) il 14 novembre 1851 morì professore dell'Università

Digitized by Google

di Helsingfors il 26 settembre 1917; dal 1900 senatore, fra i matematici è specialmente noto per alcuni lavori sopra le superficie d'area minima.

K. O. Emilio Lampe, nato a Gollwitz vicino a Brandeburgo il 23 dicembre 1840, morì professore del Politecnico di Berlino il 4 Settembre 1918. E' favorevolmente noto come direttore del « Jahrbuch uber die Forschritte der Mathematik », ufficio che egli assunse poco dopo la morte del fondatore di questo periodico; faceva anche parte del comitato di redazione della II Serie dell' « Archiv für Mathematik und Physik ».

A soli quarantacinque anni si spense addì 5 luglio 1918 S. I. Lattès membro della Facoltà matematica dell'Università di Tolosa. La sua dissertazione di Laurea presentata all' Università di Parigi « Sur les équations fonctionnelles qui definissent une courbe ou une surface invariante par une transformation » fu pubblicata nel vol. XIII (3. Serie) degli *Annali di matematica;* lavori posteriori dello stesso matematico dimostrarono non infondate le speranze che il primo aveva fatte sorgere in tutti i competenti.

Artemas Martin, nato a Steuben (Co. N. Y.) il 3 Agosto 1865 morì il 7 Novembre 1918, calcolatore nella Divisione delle Maree della Commissione geodetica degli Stati Uniti. Sino all'età di cinquant'anni dedicò il suo tempo ed il suo ingegno al commercio. Nel 1878 cominciò a pubblicare « The mathematical Visitor » periodico che si spense nell' Ottobre del 1895. Nel 1882 intraprese un'altra pubblicazione periodica, « The Mathematical Magazine », che continuò sino al Settembre 1910. Egli non aveva fatti studi regolari; tutti i gradi che ottenne gli furono conferiti a titolo di onore; e precisamente quello di A. M. gli fu dato dall' Università di Yale nel 1877, quello di Ph. D. nel 1882 da quella di Rutgers e finalmente il Collegio di Hillsdale lo nominò nel 1885 LL. D. La sua splendida biblioteca fu da lui data in eredità ad Università americane; inoltre egli lasciò i fondi necessari per creare una nuova cattedra di matematica.

* * *

Metamorfosi di una pubblicazione periodica. — A partire dal corrente anno 1919 la « Revista de la Sociedad Matematica Espanola » cambia titolo ed assume il seguente: « Revista matematica Hispano-Americana pulicada bajo les auspicios de la Sociedad matematica espanola y del Laboratorio-Seminario matematico por J. Rey Pastor ». A nessuno sfuggirà il significato del nuovo indirizzo assunto dal periodico in questione, il quale è sottolineato dalla composizione del Comitato di patronato, il quale è co-

Digitized by Google

stituito da rappresentanti della Spagna (Z G. de Galdeano), del Portogallo (F. Gomes Teixeira), della Repubblica Argentina (J. Duclout) dell'Uruguay (J. Monteverde), del Cile (R. Poenisch) e del Perù (F. Villareal).

***

Programma di concorso. — L' Accademia di Scienze Fisiche e Matematiche della Società Reale di Napoli conferirà un premio di lire 500 all'autore della migliore memoria sul tema:

Esame critico dei varii procedimenti seguiti per provare, sia nei casi particolari che nel generale, il teorema detto di Dirichlet: « Vi sono infiniti numeri primi in ogni progressione aritmetica, in cui il primo termine e la ragione sono primi tra loro »; e proposta di una dimostrazione notevolmente più semplice, e preferibilmente di carattere aritmetico, dell' enunciata proposizione nel caso generale.

Condizioni. — 1. Le memorie dovranno essere scritte in italiano, latino, o francese ed essere inviate al segretario dell'Accademia non più tardi del 31 Maggio 1920.

2. Esse non porteranno il nome dell'autore, ma saranno distinte con un motto, il quale dovrà essere ripetuto sopra una scheda suggellata che conterrà il nome dell'autore.

Le schede della memoria premiata e di quelle che avranno ottenuto *l'accessit*, saranno aperte dal Presidente nell'adunanza generale, che avrà luogo nella domenica che immediatamente succede al 1° gennaio 1921.

4. La memoria premiata sarà pubblicata negli Atti dell'Accademia, e l'autore ne avrà cento copie.

5. Tutte le memorie inviate pel concorso al premio si conserveranno nell'Archivio dell'Accademia, e soltanto si permetterà di estrarne copia a chi le avrà presentate.

***

La pubblicazione dell' « Isis », la nota rivista trimestrale consacrata alla storia ed alla filosofia della scienza, venne, come è noto, interrotta dall'invasione del Belgio da parte dei Tedeschi. Il sesto fascicolo di tale periodico si stava stampando a Bruxelles nel momento in cui scoppiò la guerra; esso vedrà la luce presto, probabilmente non più tardi dell' autunno 1919. La pubblicazione del Vol. III avverrà subito dopo, forse entro lo stesso annno, ma al più tardi in principio del 1920; esso verrà compilato con criteri analoghi a quelli adottati nei due primi volumi. Ma, a partire dal Vol. IV, il piano della rivista subirà notevoli modificazioni, essendo intenzione di G. SARTON che la dirige, di farla divenire un centro

Digitized by Google

d'informazione intorno a quanto si riferisce alla storia ed alla filosofia della scienza, l'organo internazionale del nuovo umanesimo. Invece di contenere articoli in quattro lingue, ne accoglierà di scritti esclusivamente in francese ed inglese e fors'anche soltanto in inglese; gli articoli presentati in altra lingua verranno previamente tradotti in inglese. Ogni volume conterrà molte illustrazioni consistenti in ritratti e facsimiles di manoscritti e di libri rari; inoltre la sezione bibliografica conterrà molte note brevi. A partire dal III o IV volume la responsabilità editoriale sarà divisa fra il SARTON e CARLO SINGER, ben noto come storico della medicina e come dotto nella storia della scienza durante il Medio Evo. La nuova *Isis* pubblicherà soltanto articoli brevi; i lavori di maggiore mole presentati alla direzione verranno invece inseriti nella raccolta *Studies in the History and Method of Science*, diretti appunto dal Singer e di cui il primo volume fu pubblicato ad Oxford nel 1917 (v. p. 24); così *Isis* e gli *Studies* si presteranno uno scambievole appoggio.

***

Le opere complete di Ticone Brahe. — Keplero, a cui devesi se potè vedere la luce la più importante delle opere del grande astronomo danese (cioè l'*Astronomiae instauratae Progymnasmata*) aveva in animo di pubblicare anche le altre osservazioni originali da lui fattte, ma non potè dar corpo a quest'idea. Suo figlio, il medico Luigi Keplero, vendette i manoscritti di Ticone a Federico II re di Danimarca, che decise di farli stampare e confidò l'esecuzione di tale impresa al noto matematico Erasmo Bartholinus, che subito si mise all'opera; ma la morte del re, avvenuta poco dopo, ne vietò il compimento. Nel 1671, l'Accademia delle scienze di Parigi inviò uno dei suoi membri, J. Picard, a Copenhagen per determinare le coordinate geografiche dei due osservatori di Ticone esistenti nell'isola di Hveen; e Picard portò seco a Parigi la copia fatta dal Bartholinus dei manoscritti del celebre osservatore, per farli stampare a Parigi; la stampa ne fu infatti incominciata, ma sgraziatamente non finita. Ora la Società per la lingua e le letteratura danesi prese la lodevole iniziativa di una edizione completa delle opere del Brahe e ne affidò la direzione a J. L. E. Dreyer, direttore dell'Osservatorio di Armagh (Irlanda) e noto per una ottima biografia di Ticone. Egli ne pubblicò già tre volumi (1913-1915-1916) coi tipi della nota casa Gyldendal di Copenhagen; e tutto fa credere che in un tempo che auguriamo non molto lontano possano venire pubblicati gli altri dieci, destinati ad accogliere i lavori inediti ed i documenti relativi alla vita di una delle maggiori glorie matematiche della terra di Amleto.

Digitized by Google

N. 2 PERIODICO TRIMESTRALE 1919

BOLLETTINO

DI

BIBLIOGRAFIA E STORIA

DELLE

SCIENZE MATEMATICHE

PUBBLICATO PER CURA

DI

GINO LORIA

ANNO XXI — SERIE II — VOL. II

1919

PALERMO

LIBRERIA SCIENTIFICA D. CAPOZZI

Piazza Croce dei Vespri 8

1919

Digitized by Google

Bollettino di Bibliografia e Storia delle Scienze Matematiche

Si pubblica in fascicoli trimestrali, ciascuno di almeno 32 pag. in 8°.
Abbonamento annuo per l'Italia L. 10 per l'Estero L. ~~10~~ 12
Per gli abbonamenti rivolgersi alla **Libreria Scientifica D. CAPOZZI,** Palermo, Piazza Croce dei Vespri, 8.
Gli articoli da inserirsi, i libri, i giornali ecc.; cioè in generale quanto concerne la Redazione, va indirizzato al Prof. G. LORIA, Genova, Piazza Manin, 41.

Sommario del presente Fascicolo

Un episodio della vita di Torricelli sconosciuto ai suoi biografi (C. de Waard) pagg. 33-35.
Opere complete ed enciclopedie (G. L.) pagg. 35-37.
Paradossi (G. L.) pagg. 38-39.
Storia (G. L.) pagg. 40-46.
Equazioni differenziali (G. Vivanti) pagg. 46-47.
Massimi e minimi (G. Vivanti) pagg. 48-49.
Logaritmi (G. L.) pagg. 49.
Algebra (G. L.) pag. 50.
Geometria descrittiva (G. L.) pagg. 50-58.
Pubblicazioni recenti sulla Storia della Matematica (G. L.) pagg. 58-64.

Digitized by Google

BOLLETTINO DI BIBLIOGRAFIA E STORIA
DELLE
SCIENZE MATEMATICHE
Serie II. Vol. II. Fasc. II — Aprile-Giugno Anno XXI. 1919

C. DE WAARD

Un episodio della vita di Torricelli sconosciuto ai suoi biografi.

È ben noto come il Torricelli fu discepolo di Benedetto Castelli in Roma a mezzo il 1627, restando più tardi, come egli scriveva nella prima lettera, che dirigesse a Galileo, datata da Roma agli 11 settembre 1632, « umilissimo suo discepolo e servitore con l' onore di suo secretario ». Seguono in ordine cronologico a questa lettera tre altre (due a Raffaele Magiotti in Roma, l' altra al Castelli nella massima città) che sono pubblicate dal Ghinassi rispettivamente colla inscrizione: *di Fabriano, 8 gennaio 1640; alli 5 gennaio 1641* e *in Fabriano, 11 giugno (senz' anno, ma 1640)* (1).

Presentano nulladimeno queste inscrizioni qualche difficoltà per rispetto alla data e luogo di spedizione. E infatti, delle due lettere del Torricelli al Magiotti, pubblicate dal Ghinassi dell' 8 gennaio 1640 e del 5 gennaio 1641, l' originale autografo della prima, esistente nella Biblioteca nazionale in Firenze (*vol. XL* dei *Discepoli di Galileo* car. 22) porta la data: *Fabriano*, la seconda (*ibid.* car. 33) no (2). Ma è molto verosimile che sia anch' essa datata di lì. Noi però emettiamo una supposizione che sembra assai probabile: che quell' 8 gennaio 1640 sia un errore o *lapsus calami* invece di 8 gennaio 1641, come accade facilmente nei primi giorni dell' anno nuovo. E pare a noi se ne abbia anche la dimostrazione. La let-

(1) *Lettere fin qui inedite di* Evangelista Torricelli *precedute dalla vita di lui (Faenza 1864)* pp. 3-5, 5-8 e 9. Le date medesime sono attribuite alle trè lettere da Giuseppe Vassura nell' *Indice cronologico del carteggio scientifico di Ev. Torricelli (Faenza 1908)*, ma non sappiamo come si presentino nella nuova edizione testè pubblicata.

(2) Siamo dovuti di questa particolarità e di alcune altre sopra gli autografi delle lettere citate alla gentilezza del Rev. P. Giovannozzi, direttore delle Scuole pie in Firenze, al quale facciamo di nuovo i nostri ringraziamenti cordiali.

Digitized by Google

tera del 5 gennaio 1641 termina con un poscritto così: « Manderò presto quelle prime mie goffaggini, prepari la pazienza ». E la lettera dell'8 gennaio comincia così: « Ecco il libretto che accennai a V. S. », e si tratta di dimostrazioni e proposizioni geometriche del Torricelli medesimo, delle quali ripetutamente egli si scusa, dicendo che sono in gran parte *baie* e cose *sciocche*. Pare a noi non resti dubbio che questa lettera dell'8 gennaio è il seguito di quella del 5, e che però sono ambedue dell'anno 1641, non essendo possibile scrivere per errore 1641 quando siamo nel 1640, ma è possibile ai primi dell'anno l'inverso. Quanto alla lettera, pure da Fabriano, al P. Castelli, dell'11 giugno, pure pubblicata dal Ghinassi, trovasi nel detto volume XL car. 78, non originale, ma in copia. V'è la data di Fabriano XI giugno, ma non quella dell'anno, che può essere perciò benissimo il 1640 e non il 1641, perchè il Torricelli era ritornato in Roma, probabilmente il 2 marzo 1641; infatti il Castelli scriveva allora da questa città a Galileo che gli avrebbe recate le proposizioni *de motu* del Torricelli; e senza dubbio questi si trovava a Roma il 15 marzo 1641, dal momento che scrisse di là a Galileo allora e dopo (p. es. il 27 aprile 1641 quando seppe dal Vegliardo che il Castelli lo aveva in grande stima) (1).

Sono queste tre lettere citate le sole di Torricelli datate da Fabriano; e di lettere a lui dirette, esistenti nella Biblioteca nazionale, non ve n'è alcuna di quale periodo del tempo. È dunque la lettera del 5 gennaio 1641 la sola che getta alcune luci sul suo soggiorno in Fabriano, scrivendo il Torricelli in questa lettera: « Finalmente m'ammalai, e quasi sono stato per morire contro mia voglia. Ora, Dio laudato, sto assai bene; ma mi restano sopra 200 lettere da rispondere per il padrone ».

Facendo qualche supposizione sopra quel padrone del Torricelli, abbiamo pensato a Giovanni Ciampoli, al quale prelato il Cavalieri doveva la sua cattedra di matematiche nello studio di Bologna e aveva dedicato, nel 1635, la sua nuova *Geometria;* come il Castelli, in una lettera dell'1 ottobre 1639 al Galileo l'appellava « nostro intrepido Mecenate ». Si ricava infatti dalle lettere di Ciampoli che andò governatore precisamente di Fabriano dopo la fine di marzo od i primi d'aprile del 1640. Scrive infatti da S. Severino il 26 marzo di quell'anno: « Partirò dimattina per il nuovo governo di Fabriano » (2).

---

(1) *Le opere di* Galileo Galilei *ed. naz. vol. XVIII (Firenze 1906)* pp. 303, 308, 326, 331 ecc.

(2) Cfr. A. Favaro, *Amici e corrispondenti di Galileo. VII Giovanni Ciampoli (Atti del R. Istituto veneto di sc., lett. ed arti T. LXII p. 2ª 1902-1903 (Venezia 1903)* p. 130.

Digitized by Google

Niente dunque si oppone a pensare che il Torricelli fosse dalla primavera dell'anno 1640 fino al mese di febbraio 1641 in Fabriano segretario di Mons. Ciampoli, come ha avuto simile funzione avanti in Roma del Castelli e le avrà di nuovo dopo il mese d'ottobre 1641 del Galileo. Ed è un dato interamente sfuggito ai biografi del Torricelli, come a quelli del Ciampoli.

Opere complete ed enciclopedie.

Oeuvres de CHARLES HERMITE *publiées sous les auspices de l'Académie des Sciences par* E. PICARD, T. IV. Paris, Gauthier-Villars et C.ie, 1917, 8^0 gr., p. VI 594.

Malgrado la guerra che durante un quadriennio l'ha dissanguata, la Francia ha voluto e saputo compiere il solenne omaggio da essa deliberato ad uno dei più illustri dei suoi matematici, pubblicando l'ultimo volume delle opere di Hermite (pei volumi precedenti v. questo *Bollettino*, 1906, p. 38; 1908, p. 11 e 1913 p. 9) (1). Questo volume presenta maggiore interesse dei precedenti in quanto che alcuni dei lavori che contiene avevano conseguita scarsa notorietà per avere vista la luce in raccolte poco accessibili alla generalità degli studiosi e che Hermite onorò della sua collaborazione con la bontà che in lui era pari all'altezza dell'ingegno. Alcuni dei suoi scritti contengono scoperte di primo ordine, che servirono come punto di partenza per altri studi importanti; ma anche quelli che non appartengono a questa categoria di elezione, sono notevoli per osservazioni acute e per l'impeccabile eleganza nei calcoli e nello stile. In una rivista come la nostra, nel cui programma la storia ha una parte non trascurabile, vanno anche segnalati gli scritti di carattere biografico, perchè ivi sono pronunciati giudizi profondi sull'opera scientifica di eminenti pensatori dei nostri giorni; tali sono le commemorazioni di Bouquet, Halphen, Cayley, Weierstrass e Brioschi; tale è il grande discorso pronunciato all'inaugurazione della nuova Sorbona, nel quale sono caratterizzati con esattezza e profondità insuperabili coloro che precedettero Hermite nella

(1) A complemento di questi volumi riferiamo le linee seguenti dal T. I (1842, p. 385) delle *Nouvelles Annales de Mathématiques:*

« Grand Concours de 1842. M. Hermite, un des concurrents, a consigné cette propriété remarquable, peut-être non remarquée: « lorsque les coefficients de quatre ter« nes consécutifs d'une équation forment une progression arithmétique, l'équation a « nécessairement des racines imaginaires » ».

Digitized by Google

Facoltà di Scienze di Parigi, cioè Lacroix, Francoeur, Biot, Poisson, Sturm, Poncelet, Delaunay, Leverrier, Lamé, Liouville, Serret, Duhamel, Chasles, Cauchy, Puiseux, Briot e Bouquet. Finalmente, per non lasciar nulla nella penna, richiameremo l'attenzione dei lettori che si dilettano di osservazioni didattiche e di considerazioni filosofiche sopra alcuni squarci ove Hermite sostiene la necessità di tener desto l'interesse degli scolari ed avverte la parte importante che ha l'osservazione nella ricerca matematica.

La pubblicazione in discorso, per venustà e correttezza fa onore ai torchi francesi; notiamo soltanto che, a pag. 510 linea 3, la relazione applicata deve sostituirsi con la seguente:

$$\cos^2\alpha + \cos^2\xi + \cos^2\lambda = 1 \ ;$$

lo osserviamo esclusivamente a servigio dei lettori meno esperti.

G. L.

Opere matematiche di LUIGI CREMONA. *Pubblicate sotto gli auspici della R. Accademia dei Lincei.* T. III. *Con notizie della vita e delle opere dell'Autore e con Indice alfabetico per materie.* Milano, U. Hoepli, 1917, 4° p. XXII + 520. (Prezzo L. 30).

Col presente volume (pei due precedenti v. questo *Bollettino*, T. XVII, 1915, p. 87-88) si chiude felicemente la pubblicazione con cui l'Accademia dei Lincei volle tributare il dovuto onore al più grande dei geometri italiani del Sec. XIX. Ed un plauso sincero va tributato al prof. Bertini che l'ha diretta con senno, diligenza ed energia ammirabili e così è riuscito a portarla rapidamente a compimento, malgrado gli ostacoli che venivano moltiplicandosi senza posa durante l'epoca tragica iniziatasi col 1.° agosto 1914. Il volume in questione contiene la riproduzione di scritti che furono per la prima volta pubblicati nel periodo 1868-1884; fra essi la celebre memoria sulle superficie cubiche e le fondamentali memorie sopra le trasformazioni razionali dello spazio.

Quando, in un avvenire che auguriamo prossimo, l'umanità ritroverà la calma per riprendere le severe investigazioni scientifiche, le opere del Cremona somministreranno sempre vitale nutrimento a numerose schiere di geometri e la loro virtù feconda si continuerà per secoli e secoli, a maggior gloria di lui ed a beneficio della geometria.

G. L.

Digitized by Google

Oeuvres de H. POINCARÉ *publiées sous les auspices du Ministère de l'Instruction publique par* G. DARBOUX. T. II, *publiées avec la collaboration de* N. E. NÒRLUND *et de* E. LEBON. Paris, Gauthier-Villars 1917, 4^0, p. LXXI + 629.

Non appena un fato inesorabile troncò inaspettatamente la vita e la carriera scientifica di H. Poincaré, i colleghi, gli amici, gli ammiratori chiesero ad una voce che al grande matematico scomparso fosse accordato il postumo onore che la Francia aveva già concesso a Fermat, Laplace, Fourier e Cauchy: la pubblicazione delle sue *Opere complete.* Di tale voto si fece interprete presso il Governo G. Darboux, al quale fu deferita la direzione dell'importante pubblicazione di cui oggi annunciamo gli inizi. Nell'assumerla egli prevedeva di non assistere al compimento di essa, ma, col volere che la pubblicazione cominciasse con la stampa del volume dedicato alle importanti trascendenti a cui sarà perennemente legato il nome del Poincaré, egli volle procurarsi la legittima soddisfazione di contemplare sotto forma definitiva almeno uno dei più importanti gruppi di lavori del suo grande connazionale. È un piacere estetico che è oggi condiviso dai lettori; i quali, nello splendido volume che ci sta sott' occhio, trovano, anzitutto, riprodotte le prime comunicazioni fatte dal Poincaré all' Istituto di Francia sopra le funzioni fuchsiane e kleiniane e le loro applicazioni all' integrazione delle equazioni differenziali lineari; quindi le estese memorie sopra i gruppi fuchsiani, le funzioni fuchsiane, i gruppi kleiniani, i gruppi delle equazioni lineari e le funzioni zeta-fuchsiane; chiude la splendida serie la terna di lavori sopra le applicazioni delle funzioni fuchsiane all' aritmetica, all'equazione $\Delta u = e^u$ ed alle funzioni modulari.

Ora siccome il primo degli scritti testè rapidamente enumerati fu letto in pubblico il 14 febbraio 1881 e l' ultimo fu spedito al tipografo il 7 luglio 1912, la vigilia del giorno in cui il Poincaré entrò nella clinica donde non doveva più uscire, così è evidente come le nuove funzioni abbiano occupato, sia pure ad intervalli, tutta la esistenza del geniale investigatore.

Il volume si apre con il profondo e splendido *Elogio storico* del Poincaré, pronunciato dal Darboux nella seduta pubblica che tenne l' Istituto di Francia il 15 dicembre 1913, e si chiude con alcune sobrie *Note* esplicative dovute al prof. Nörlund; lo orna un bel ritratto del grande estinto.

G. L.

Digitized by Google

Paradossi.

A. DE MORGAN, *a Budget of Paradoxes, reprinted, with the Author's additions from the Athenaeum. II ed. edited by* D. E. SMITH, 8°, 2 volumi di pag. VIII + 402 e 387. (Chicago and London, The Open Court publ. Company, 1915. Prezzo dollari 3.50.

Se, come sentenziò Pascal, « le matières de la géomètrie sont si sérieuses d'elles mêmes, qu'il est avantageux qu'il s'offre quelque occasion pour les rendre un peu divertissantes », si deve salutare come opportunissima una pubblicazione, quale è quella a cui è consacrato il presente articolo, destinata a far conoscere i conati che in grande numero vennero fatti per risolvere questioni che ora si sanno irrisolubili o per spiegare qualcuno dei tanti misteri che si affacciano a chi tenti di scoprire l'essenza dei fenomeni. È una specie di museo destinato a raccogliere per la massima parte dei mostri logici, ma in cui, qua e là, s'incontrano intuizioni geniali atte a confermare la teoria lombrosiana della parentela strettissima che passa fra genio e follia.

L'opera dell'A. de Morgan contiene la riproduzione di brevi articoli critici pubblicati per la prima volta, durante molti anni, in una delle più reputate e diffuse riviste inglesi; essi concernono in gran parte i celebri problemi della quadratura del cerchio, della trisezione dell'angolo e della duplicazione del cubo, la questione del moto perpetuo, il postulato di Euclide, la navigazione aerea e la risoluzione delle equazioni algebriche di grado superiore al quarto. Numerosi sono anche gli scritti esaminati relativi a questioni filologiche, filosofiche e religiose: ci basti far cenno di quelli relativi alla costruzione di una lingua artificiale universale e quelli in cui si tenta di esporre e chiarire argomenti teologici servendosi del linguaggio proprio della matematica. Tutti questi lavori vengono dall'A. de Morgan esaminati, meno al lume di una rigorosa critica scientifica (1), che come documenti atti a delineare un quadro delle psiche dell'uomo paradossale; ora chi ebbe la fortuna o la disgrazia d'incontrare sulla propria strada qualche esemplare di tale specie (che, purtroppo, non va scomparendo) dovrà riconoscere che il ritratto è di una fedeltà indiscutibile e potrà

(1) Ciò lo portò a pronunciare alcuni giudizi un po' superficiali sui quali non è possibile convenire con lui; cito ad esempio quello su P. B. Porta (T. I p. 68), di cui mi sono occupato altrove (v. l'articolo *The Physicist J. B. Porta as a Geometer* nel fascicolo di Aprile 1916 del Bull. of the Amer. math. Society).

Digitized by Google

dal canto suo aggiungere qualche aneddoto ai molti riferiti dal nostro autore per caratterizzare detta specie.

Nell'opera stessa si trovano qua e là notizie che possono interessare lo scienziato e lo storico. Così a pag. 253 del T. I sono date alcune informazioni sopra il metodo matematico ideato nel 1822 dal filosofo Herbart per misurare l'attenzione; poco prima (p. 221) si leggono notizie biografiche sopra John Wilson, lo scopritore di una proposizione fondamentale della teoria dei numeri, che difficilmente si troverebbero altrove; altrettanto dicasi del valore di $\sqrt{2}$ con 110 decimali che si trova a p. 68 del T. II; finalmente chi s'interessa ai sistemi numerali a base differente di 10 troverà ricordate opere, rare ed oggi sconosciute, ove è svolta l'aritmetica a base 2 (II p. 1896), 12 (Id. p. 68) o 16 (id. p. 182).

Nel preparare questa nuova ed. dell'opera in questione il prof. Smith vi fece numerose utilissime aggiunte; cioè diede in nota la traduzione inglese dei passi citati in latino od in francese, fece conoscer i dati biografici fondamentali dei personaggi citati e completò le indicazioni bibliografiche spesso imperfette dell'originale. Tutte queste notizie furono attinte alle fonti più reputate, onde sono in generale degne di fede completa. Siaci però lecito di fare qualche piccola critica che potrà essere utilizzata in una ventura edizione.

T. I, p. 11 il White ivi citato è Tommaso, non è Riccardo, come risulta dalle ricerche del Favaro intorno agli *Amici e corrispondenti di Galileo Galilei.*

T. I, p. 41. La II ed. dell' *Histoire des mathématiques* del Montucla venne curata (per quanto concerne i due ultimi volumi) da Lalande, non da d'Alembert, che nel 1799 era già morto.

T. I., p. 106. Sopra la tomba del Conte di Fagnano si trova effettivamente il segno $\sim$ per ricordare la curva da lui scoperta (vedi *Opere*, T. III, Roma 1912, p. 227).

T. I, p. 298. I problemi di Mydorge furono pubblicati da Ch. Henry, non dal Boncompagni.

T. II, p. 151. Il Davies è anche autore di una serie di dotte note storiche intitolate *Geometry and Geometers* e pubblicate nel *Philosophical Magazine.*

Chiude l'intera opera un accuratissimo indice dei nomi citati e delle cose notevoli, il quale ne rende agevole la consultazione.

Emerge da tutto ciò che si è in presenza d'un'opera che istruisce divertendo ed a cui, quindi, è presumibile il pubblico conservi il favore che gli accordò allorchè, mezzo secolo fà, venne pubblicata per la prima volta.

G. L.

Digitized by Google

STORIA

L. C. KARPINSKI, *Robert of Chester's Latin Translation of the Algebra of Al-Khowarizmi. With an Introduction, critical Notes and an English Version.* 8° gr. p. 164. New York, The Macmillan Company, 1915.

L'opera che qui si presenta una nuova volta pubblicata per le stampe è veramente classica: essa è la prima nel cui titolo si trovi la parola *algebra* ed il vocabolo *algoritmo*, così frequentemente usato dai moderni, deriva dal nome del suo autore.

Il testo arabo ne fu pubblicato da F. Rosen sino dal 1831, accompagnato da una versione inglese, mentre sette anni più tardi il Libri, nella XII Nota al T. I dell'*Histoire des sciences mathématiques en Italie*, ne faceva conoscere un' antica versione latina esistente nella Biblioteca Nazionale di Parigi. Quella di Roberto Chester ne è differente e si trova in tre Mss. esistenti uno a Vienna, un secondo a Dresda ed un terzo nella Biblioteca dell'Università della Columbia (New-York); di tutti, nonchè di altri documenti capaci di rendere più sicuro il testo o più complete le relazioni fra quelle copie, ha tenuto il debito conto il dotto e diligentissimo editore; il quale, inoltre, fruendo della larghezza dei mezzi posti a sua disposizione (1), ha anche presentate in *fac-simile* alcune pagine dei preziosi documenti da lui utilizzati.

La presente pubblicazione si apre con un'ampia Introduzione storico-bibliografica, ove sono trattati, in sette Capitoli, i seguenti argomenti: I. L'algebra prima di Al-Khowarizmi. II. Al-Kowarizmi ed il suo trattato d' Algebra. III. Roberto di Chester ed altri traduttori dall'Arabo in Latino. IV. Influenza di Al-Khowarizmi sopra lo sviluppo della matematica. V. Il testo arabo e le traduzioni dell'Algebra di Al-Khowarizmi. VI. Prefazione ed Aggiunte al testo arabo di Al-Khowarizmi. VII. I manoscritti della versione di R. di Chester dell'Algebra di Al-Khowarizmi.

Segue il Testo latino della traduzione robertiana, accompagnata da note filologiche e matematiche e da una versione inglese; ad essa tengono dietro alcune Addizioni esplicative esistenti in calce ai Mss. suindicati, esse pure seguite da traduzione inglese.

Come chiusa si trova un *Glossario latino* delle parole usate nei testi in discorso, il quale farà ricercare il volume in questione anche dai cultori della filologia classica.

---

(1) Il volume in esame fa parte degli *University of Michigan Studies.*

Digitized by Google

Con la presente pubblicazione il prof. Karpinski ha soddisfatto completamente un voto da lungo tempo emesso da competenti in materia ed ha consolidata la posizione da lui già occupata di profondo conoscitore della Matematica medioevale ed efficace contributore alle nostre cognizioni intorno a questo oscuro periodo.

G. L.

LUCIANO PEREIRA DA SILVA. *Astronomia dos Lusiadas.* Coimbra, Imprensa da Universidade, 1915, 8⁰ gr. p. XV+228.

Le assidue ricerche compiute in Italia sopra le cognizioni scientifiche di Dante, specialmente quelle dell'Angelitti sopra l'astronomia nella *Divina Commedia*, hanno fatto sorgere nell'A. dell'opera che annunciamo l'idea d'istituire analoghe ricerchè sopra il poema nazionale della sua terra, *I Lusiadi* di Camoens. E chi ricordi come questo abbia per precipuo intento la narrazione del grande viaggio compiuto, attorno al continente africano onde raggiungere le Indie, da Vasco di Gama e dai suoi animosi compagni, comprenderà di leggeri come il campo scelto dall'egregio professore dell'Università di Coimbra si presentasse come singolarmente ubertoso. I fatti hanno corrisposto a tale previsione, tanto più che per raggiunger lo scopo vennero abilmente sfruttati tutti gli ausialiari offerti oggi dalla scienza e dalla storia, mentre i più raffinati procedimenti tipo-litografici vennero usati onde porre sotto gli occhi del lettore saggi caratteristi delle opere da cui il grande poeta portoghese trasse le proprie informazioni intorno ai fenomeni celesti.

A meglio raccomandare l'opera in questione a chi s'interessa della storia dell'astronomia diamo, finendo, l'elenco dei Capitoli che costituiscono :

I. *Camoens giudicato da A. de Humboldt.* II. *Il « Trattato della sfera » di P. Nunes.* III. *Il triplo movimento dell'ottava sfera.* IV. *Le stelle.* V. *La sfera.* VI. *La grande macchina del mondo.* VII. *Lo zodiaco.* VIII. *L'astrolabio.* IX. *Il nuovo cielo (emisfero antartico).* X. *L'astronomia in Dante e Camoens.*

G. L.

The geometrical Lectures of Isaac BARROW, *translated, with Notes and Proofs, ad a Discussion on the Advance made therein on the Work of his predecessors in the Infinitesimal Calculus* by J. M. CHILD. Chicago London, The Open Court publishing Company, 1916, 8⁰ p. XIV+218 (The Open Series of Classics of Science ad Philosophy, N. 3).

Digitized by Google

La prefazione al volume che segnaliamo ai nostri lettori comincia con le seguenti parole: « Isacco Barrow è il primo inventore del calcolo infinitesimale; Newton attinse il concetto fondamentale di esso da alcune comunicazioni fattegli privatamente da Barrow, giacchè trasse conferme alle proprie idee e suggerimnnti per ulteriori sviluppi dalla copia del libro di Barrow da lui comperata nel 1673. » Dimostrare la verità di questa tesi, tanto originale ed ardita, è, se non lo scopo unico, uno degli intenti della presente pubblicazione. Siamo dunque in presenza, non di una semplice nuova edizione dell'opera principale del maestro di Newton fatta con lo scopo di diffonderne la conoscenza anche fra coloro che rifuggono dal ricorrere all'ottima edizione fattane dal Whewell (insieme agli altri scritti del Barrow), ma di una ben ordinata raccolta di argomenti a sostegno della surriterita opinione. Per rendere ragione di questa, il Child dà principio al proprio volume con una dotta Introduzione, dalla quale si apprendono quali furono le opere dei predecessori di Barrow, quali i legami che questi ebbe con Newton e quali furono i suoi scritti; segue un giudizio del Child sopra la mente del Barrow, uno studio delle fonti a cui egli attinse e la ricerca dell'influenza scambievole che esercitarono fra loro Newton e Barrow. Si trovano poi particolari bibliografici sopra gli scritti del Barrow e da ultimo sono esposti in formole quelle proposizioni di Calcolo infinitesimale che equivalgono ai principali risultati a cui egli giunse.

Il resto del volume è occupato dalla esposizione abbreviata e commentata delle *Lezione geometriche*; trattandosi di opera scientifica, in cui la importanza sta, non nello stile ma nel contenuto, questo concetto editoriale ci sembra ottimo ed auguriamo venga adottato anche per altre opere che non trovano oggi che scarsissimi lettori. Perciò, anche coloro che saranno riluttanti a seguire il Child nel togliere a Newton uno dei suoi maggiori titoli di gloria, gli saranno riconoscenti per la non lieve fatica a cui egli si è accinto ed augureranno egli prosegua nell'opera meritoria, a cui si sobbarcato (1) di fare piena luce sopra uno dei periodi della storia della matematica per importanra a nessuno secondo e sopra un episodio scientifico che, per ampiezza e per intrinseco interesse, è superiore a qualunque altro.

G. L.

---

(1) Nello scrivere queste parole alludiamo, non soltanto al volume esaminato nel presente articolo, ma anche agli articoli che il Child va pubblicando nella nota rivista intitolata *The Monist.*

Digitized by Google

G. F. HILL, *The Developement of Arabic Numerals in Europe, exhibited in sixty-four Tables.* Oxford at the Clarendon Press, 1915. 8° gr. pagine 125. Prezzo del vol. leg. 7 sh., 6 pences.

Si tratta di un'opera, non veramente storica, ma costituente un prezioso ausiliario per chi intende formarsi un concetto esatto delle trasformazioni che subirono le nostre cifre prima di assumere le forme a tutti note; onde, in un certo senso, completa una pubblicazione di Smith e Karpinski di cui a suo tempo abbiamo reso conto in queste colonne (v. *Bollettino*, T. XVI, 1914, p. 18-19). Come dice il titolo, il volume dell'Hill consiste in gran parte di tavole ove sono fedelmente riprodotte le figure che l'A. ha trovato in documenti svariatissimi ed assai numerosi e che sono accuratamente dichiarati in apposite note; tutti risalgono ad epoche anteriori all'anno 1510. Per mostrare l'interesse del lavoro in esame basti segnalare la parte di esso che tocca gli « apices » di Boezio. Fra le fonti a cui attinse l'A. si trovano naturalmente le monete del tempo; ma non abbiamo trovata alcuna citazione atta a mostrare che egli abbia anche utilizzata la monumentale opera numismatica che si sta attualmente pubblicando per cura del Re d'Italia.

G. L.

C. ARCHIBALD, *Euclid's Book on Divisions of Figures. With a Restoration based on Woepcke's Text and on the « Practica Geometriae » of Leonardo Pisano.* 8° gr. p. VIII + 88. Cambridge, University Press 1915. (Prezzo 6 sh.).

Vi fu un tempo in cui il ricostruire le opere perdute degli antichi geometri Greci era considerato siccome una fatica oltre ogni dire meritoria, onde vi dedicarono tempo e fatiche non indifferenti geometri che stamparono un'orma indelebile nel glorioso cammino che guida alla scoperta della verità. Si poteva credere che a lavori di tal genere non si consacrassero più i matematici moderni, sia per essere essi in tutt'altre faccende affaccendati, sia per non essere infiammati da quell'ammirazione entusiastica pei matematici Greci che l'Umanesimo accese e per lunghi secoli mantenne vivissima. L'opera che annunziamo smentisce tale previsione; un professore di un'Università americana, non ignoto a chi seguì la letteratura matematica di quest'ultimo decennio, ha reputato prezzo dell'opera ricostruire l'opera che Euclide dedicò alla *Divisione delle figure*

Digitized by Google

piane in parti soddisfacenti a determinate condizioni (1). Ma per raggiungere lo scopo procedette con metodo ben più cauto e rigoroso dei suoi predecessori. Mentre un tempo si tentava di divinare le opere perdute e così si giungeva piuttosto ad indennizzare la letteratura matematica con nuovi scritti capaci di consolare per la perdita degli antichi, il nostro A. ha cercato con ogni diligenza tutte le traccie tuttora esistenti dell' opera che lo interessava e con i rimasugli raccolti compose un tutto organico che, per valore scientifico e storico, può venire equiparato agli scheletri di certi animali ormai scomparsi ricostruiti col mezzo di alcuni frammenti amorosamente dissepolti. L'opera che annunciamo contiene inoltre notizie esaurienti intorno a tutti i materiali utilizzati ed ai lavori anteriori congeneri (2), sicchè presterà preziosi servigi a tutti coloro che in avvenire si interesseranno e si occuperanno di una delle più interessanti questioni che presenti la storia della matematica greca.

G. L.

G. Ovio, *Ottica di Euclide* con 260 incisioni. Manuale Hoepli, 1918, p. XX + 415.

Fra le opere superstiti di Euclide quelle concernenti la teoria matematica della luce incontrarono le maggiori opposizioni e subirono le critiche più vivaci, chè matematici e fisici andarono a gara nel segnalare i punti di disaccordo di esse con i responsi della scienza moderna. Salutiamo, quindi, con piacere la comparsa di un volume, qual è quello che annunciamo, in cui l' illustre professore di oculistica nell' Università di Genova esamina quei lavori dal punto di vista proprio alla sua specialità. Le conclusioni a cui egli arriva sono più favorevoli al sommo alessandrino di quelle a cui giunsero le altre categorie di studiosi dell' opera euclidea, fatto di notevole importanza perchè egli si attiene ad una vera e propria « politica realistica ». Le sue opinioni al riguardo si apprendono dalla interessantissima prefazione; il che rileviamo perchè i lettori superficiali giudicano le prefazioni come quantità trascurabili rispetto al resto. Nel caso nostro invece è nell'esordio che si trovano le pagine in cui l'autore parla in prima persona, la parte restante del volume essendo una versione

(1) Va notato però che non è esclusa la possibilità che di essa nella Biblioteca dell'Escuriale esista una versione araba (cfr. *Le scienze esatte nell' antica Grecia*, II ed., Milano 1914, p. 427).

(2) Escluso però il tentativo di ricostruzione fatto dall'Ofterdinger.

Digitized by Google

italiana commentata dell'*Ottica* e della *Catottrica*. Questo notevole scritto del prof. Ovio conferma ed accresce la fama che egli gode di conoscitore profondo dei fondamenti teorici posti dagli antichi ad uno dei più importanti rami della medicina. G. L.

G. GIOVANNOZZI, *La versione Borelliana dei Conici di Apollonio. Con 21 lettere inedite di* G. A. BORELLI. Roma-Firenze 1916, 4^9, p. $31+16$.

Questo opuscolo consta di due parti. La prima è una memoria presentata all'Accademia Pontificia dei Nuovi Lincei (e pubblicato nel T. II della II Ser. delle *Memorie*), in cui è narrato, in base ai documenti esistenti a Firenze, la storia della traduzione, dall'arabo in latino, dei Libri V-VII delle *Coniche* di Apollonio fatto da G. A. Borelli e A. Ecchellense. Nella seconda sono pubblicate per la prima volta 21 lettere scritte da Pisa dal Borelli al P. Angelo di S. Domenico (di casato Morelli, non Lamenti o Lorenzi come ritennero il Targioni-Tozzetti ed altri), nel periodo (14 ottobre 1658-7 novembre 1652) in cui questo egregio scolopio attendeva coll'Ecchellense a tradurre dall'arabo i primi quattro libri delle *Coniche*, impresa che venne poi abbandonata, dopo che ne fu riconosciuta la nessuna utilità; gli originali di tali lettere vennero poi depositati presso la Biblioteca Nazionale di Firenze ad aumento della celebre raccolta di documenti relativi alla Scuola di Galileo. Va rilevato che nel corso delle ricerche di cui è parola il Giovannozzi ha rettificate alcune inesattezze assai diffuse e fatto conoscere molti particolari ignorati. G. L.

Compendio de àlgebra de Abenbéder. Texto àrabe, traduciòn y estudio par J. A. SÀNCHEZ PÉREZ. Madrid, 1016. 8^0 p. XLVII$+$117$+$78. (Pr. 6 Pes.).

Questo volume fa parte di una Serie di pubblicazioni sovvenuta dal Governo spagnuolo e diretta dalla « Junta para ampliacion de estudios e investigationes cientificas ».

Esso contiene la riproduzione del Ms. arabo 936 della Biblioteca dell'Escuriale, il quale fu scritto nel 1343 dell'E. Si tratta di un manuale di Algebra elementare ad uso delle scuole (1); l'autore nacque a Siviglia in

(1) Eccone in breve il contenuto:

PARTE TEORICA. I-VI. Equazioni di 1° e 2° grado. VII-XII. Operazioni con radicali. XIII. Moltiplicazione delle potenze e regola dei segni. XIII bis. Problemi. XIV e XIV bis. Somme e differenze di potenze. XV. Divisione delle potenze. XVI. Regola dei segni (continuazione del § XIII). XVII. *Chéber y Almocàbala;* applicazione alle equazioni:

$$ax^2 = bx,\ ax^2 = c,\ bx = c,\ ax^2 + bx = c,\ ax^2 + c = bx,\ ax^2 = bx + c.$$

PARTE PRATICA. Problemi.

Digitized by Google

epoca *non ben determinata* (Sec. XII o XIII), circostanza questa che toglie qualche valore alla presente pubblicazione, chè vieta di riconoscere se lo scritto di cui è parola rappresenti o meno un progresso rispetto ai lavori congeneri anteriori (1).

L'edizione è condotta con i più rigorosi criteri della paleografia moderna; oltre al testo contiene una versione spagnuola ed un diligente commento; copiose note danno l'equivalente, in simboli algebrici, delle argomentazioni che l'autore espone a parole.

Auguriamo che il sig. Pérez prosegua nella via da lui scelta, pubblicando ed illustrando altri ed ancora più importanti fra le centinaia di Mss. tuttora inesplorati che esistono nella Biblioteca dell'Escuriale e nella Nazionale di Madrid: a far ciò egli può essere spinto, non soltanto dal desiderio di recare qualche importante contributo alla storia delle matematiche, ma anche dall'aspirazione di provare che (come egli crede) la Spagna, durante il Medio Evo, esercitò un'influenza decisiva sopra la scienza europea. G. L.

Equazioni differenziali.

M. BÔCHER. *Leçons sur les méthodes de* STURM *dans la théorie des équations différentielles linéaires et leurs développements modernes.* Paris, Gauthier-Villars, 1917. 8°, p. VI + 118.

Questo interessante volumetto, che fa parte della collezione Borel, ha origine da un corso di lezioni tenuto alla Sorbona nell'inverno 1913-14.

L'autore parte (C. 1) dal *teorema d'esistenza*, il quale afferma che una equazione lineare omogenea del secondo ordine:

$$\frac{d^2u}{dx^2} + p\frac{du}{dx} + qu = r,$$

in cui p, q, r sono funzioni continue di x in un intervallo finito, ammette uno ed un solo integrale che soddisfa alle condizioni:

$$u(c) = \gamma, \qquad u'(c) = \gamma',$$

qualunque sieno le costanti γ, γ'. Dimostrato il teorema col metodo delle approssimazioni successive, ne dà varie estensioni; notevoli, fra le altre, quella che suppone p, q, r dipendenti in modo continuo da un parametro λ,

(1) Ad esempio: fu egli il primo europeo che abbia considerate entrambe le radici di un'equazione quadratica, nel caso in cui sono entrambe reali e positive?

Digitized by Google

nel qual caso anche l'integrale è funzione continua di x e di λ, e quella che considera le equazioni *quasi differenziali*, cioè aventi la forma:

$$\frac{d}{dx}\left[a_1 \frac{d}{dx}(au) + bu\right] + l\frac{d}{dx}(au) + qu = r,$$

dove a, a_1, b, l, q, r sono continue ma non derivabili.

L'autore chiama *sistema differenziale lineare* l'insieme d'un'equazione differenziale lineare e delle condizioni ai limiti; egli fa vedere (C. 2) come i sistemi differenziali lineari possano considerarsi come casi limiti di sistemi algebrici lineari, e deduce le proprietà dei primi da quelle ben note dei secondi. Per questa via si possono anche stabilire le relazioni fra un sistema differenziale e il suo *sistema aggiunto*; particolarmente interessante è l'applicazione alle equazioni del secondo ordine, che possono sempre porsi sotto forma di equazioni autoaggiunte. Un sistema differenziale lineare omogeneo (cioè in cui l'equazione differenziale è omogenea e le condizioni ai limiti sono lineari omogenee rispetto ai valori dell'integrale e delle sue derivate negli estremi dell'intervallo) è in generale incompatibile, cioè ammette soltanto un integrale identicamente nullo; se però esso dipende da un parametro variabile λ, vi sono valori di λ per cui esso è compatibile. Tali valori diconsi *numeri caratteristici*, e sono le radici di una certa equazione detta *equazione caratteristica.*

Premesso tutto ciò, l'autore passa (C. 3) ad esporre le ricerche di Sturm sugli zeri degli integrali d'un'equazione lineare omogenea del secondo ordine, e sul modo in cui essi variano al variare dei coefficienti; dimostra come, sotto determinate condizioni, esistano infiniti numeri caratteristici reali, e studia la possibilità di numeri caratteristici immaginari. Tali ricerche vengono poi estese (C. 4) ai sistemi differenziali d'ordine superiore.

Infine (C. 5) l'autore, lasciandosi nuovamente guidare dall'analogia tra i sistemi differenziali e i sistemi algebrici, introduce la funzione di Green per un sistema differenziale d'ordine qualunque, ne stabilisce le proprietà e ne sviluppa le applicazioni; mette in luce i rapporti fra la teoria dei sistemi differenziali e quella delle equazioni integrali, facendo però osservare come lo studio dei sistemi differenziali conduca ad equazioni integrali con nuclei di forme molto particolari; e termina mostrando come l'uso della funzione di Green permetta l'applicazione del metodo delle approssimazioni successive sotto una forma molto più generale di quella in cui fu presentato al principio del volume.

G. VIVANTI.

Digitized by Google

Massimi e minimi.

I. HANCOCK. *Theory of maxima and minima.* Boston, Ginn and Company, 1917. 8° p. XIV + 193.

La presente opera è, per quanto sappiamo, l'unico trattato dedicato particolarmente alla teoria dei massimi e minimi che possieda la letteratura matematica; ed essa racchiude veramente tutto quanto di essenziale fu fatto in questa teoria, che è ancora ben lungi dall'essere perfetta.

Il Cap. I sviluppa la ricerca dei massimi e minimi di una funzione d'una sola variabile, tanto nel caso in cui essa ammette dappertutto la derivata (*massimi e minimi ordinari*), come in quello in cui la ammette solo in alcuni punti, oppure solo a destra od a sinistra (*massimi e minimi straordinari*). Nel Cap. II, brevissimo, l'autore espone alcune osservazioni preliminari sull'estensione della teoria alle funzioni di più variabili. Tale estensione trova ampio sviluppo, per il caso di due variabili, nei Capitoli III e IV; vi hanno posto le osservazioni critiche di Peano e le ricerche di Stolz, Goursat, Scheeffer e von Dantscher, e il caso semidefinito viene studiato con cura particolare. I Capitoli V e VI sono dedicati alla ricerca degli estremi tanto assoluti che condizionati delle funzioni di un numero qualunque di variabili. Osserva però l'autore, che i criteri stabiliti sono spesso, dal punto di vista pratico, di non facile applicazione; e mostra nel Cap. VII come si possa talvolta evitarne l'uso, ricorrendo a considerazioni tratte dalla teoria delle funzioni analitiche. Nello stesso Capitolo egli fa vedere come, in certi casi in cui l'applicazione diretta della teoria generale non darebbe alcun risultato, possa farsi scomparire tale inconveniente con artifici speciali; e cita, fra gli altri, l'esempio del triangolo di dato perimetro e di area massima, in cui, per ottenere una soluzione, è necessario porre limitazioni tali da rendere impossibile qualunque traslazione della figura. E, pure nel Cap. VII, nota come, se in un problema di massimi e minimi relativi le condizioni sono costituite da diseguaglianze, queste si possano convertire in eguaglianze introducendo altrettante nuove variabili ausiliarie; così alle diseguaglianze:

$$f_h(x_1, x_2, \ldots, x_n) \gtrless 0 \quad (h = 1, 2, \ldots, m)$$

si possono sostituire le eguaglianze:

$$f_h(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_{n+h}^2 \quad (h = 1, 2, \ldots, m).$$

Finalmente il Cap. VIII tratta di alcuni concetti fondamentali della teoria delle funzioni analitiche, ai quali si fa appello nel corso dell'opera.

Digitized by Google

Lo stesso carattere ausiliario che ha questo capitolo appartiene a varî paragrafi sparsi qua e là nei precedenti, e che forse più opportunamente avrebbero potuto raccogliersi in un unico capitolo introduttorio; essi riguardano il limite superiore e inferiore d'un insieme (§§ 8-10), le forme quadratiche (§§ 13-14, 53-62, 77-87), lo sviluppo di Taylor per le funzioni di più variabili (§§ 50-51). Invece altri paragrafi trattano dell'applicazione della teoria che forma l'oggetto del volume alla meccanica (§§ 113-115) ed all'inversione delle serie (§§ 116-127).

L'opera è scritta con grande chiarezza, e la esposizione della teoria è accompagnata, secondo l'ottima abitudine degli autori inglesi e americani, da un gran numero di esempi e di problemi interessanti.

G. VIVANTI.

Logaritmi.

G. PAGLIERO. *Come si usano i logaritmi per calcolare rapidamente. Teoria e pratica. Tavola dei logaritmi a quattro decimali.* Torino, Paravia (senza data; la prefazione è datata novembre 1917) 8° p. 147. (Prezzo L. 2).

Benchè gli entusiasti delle macchine calcolatrici preconizzino prossimo il tramonto dei logaritmi come ausiliari di coloro che devono eseguire lunghi calcoli numerici, pure l'invenzione neperiana si presenta tuttora così ricca di splendide doti che il diffonderne il più possibile la conoscenza è opera veramente meritoria. Onde all'A. va data lode per questa sua fatica, la quale pone in grado l'attento lettore di eseguire qualunque calcolo numerico mediante una tavola di logaritmi a 4 decimali; l'approssimazione che si raggiunge in tal modo è sufficiente nei casi più comuni. Siccome poi l'opuscolo in discorso comprende anche una Tavola di logaritmi a 4 decimali, così chi lo possiede ha tutto quanto gli occorre per conseguire lo scopo. Aggiungiamo che poichè in *Appendice* viene esposta un punto di vista di recente proposto dalla dott. Rosetta Frisone, dal quale si trae una procedura per calcolare i logaritmi, così l'opuscolo stesso porge anche una risposta alla questione, così imbarazzante per un insegnante di scuola secondaria, « come si costruiscono le tavole di logaritmi? ».

G. L.

Digitized by Google

Algebra.

E. PASCAL. *Lezioni di algebra complementare dettate nella R. Università di Napoli.* IV ed. (1) Napoli, Alvano 1918, 8° picc. p. XVI + 340. (Prezzo L. 21).

Leggendo la vivace e brillante Prefazione di questo volume, numerando gli strali lanciati dall'egregio Autore contro i corsi universitari eccessivamente diffusi e pesanti, si potrebbe credere che in esso non fossero trattati che *alcuni* scelti Capitoli dell' Algebra complementare. Percorrendo, invece, l'opera nella sua interezza si vede che sono ivi posti i semi di *tutte* le teorie costituenti quest' importante disciplina e che parecchie fra esse sono ivi svolte nei limiti e nella misura che consentono un primo studio dell' argomento. Aggiungiamo che la forma è così spigliata e lo stile così limpido che lo studioso non si accorge di essere portato in regioni elevate della scienza e solo a lettura finita è in grado di misurare tutto il vitale nutrimento che gli venne ammanito; onde è il caso di applicare a questo proposito il noto verso: « l'arte che tutto fa, nulla si mostra ».

A complemento di quanto precede riferiamo i titoli dei Capitoli costituenti l' intera opera:

I. Elementi di analisi combinatoria. II. Calcolo dei determinanti. III. Teoria delle equazioni lineari. IV. I numeri reali—le successioni—i limiti. V. I numeri complessi. VI. Le serie. VII. Le frazioni razionali intere. VIII. Le equazioni algebriche. IX. Le funzioni razionali. X. Risoluzione algebrica delle equazioni. XI. Le radici reali delle equazioni a coefficienti reali. XII. La risoluzione numerica delle equazioni.

G. L.

Geometria descrittiva.

F. VON DALGWIK. *Vorlesungen über darstellenden Geometrie.* II Band: *Perspektive, Zentralkollineation und Grundzöge der Photogrammetrie.* Mit über 130 Figuren im Text und auf 5 Tafeln. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1914, 3⁶ p. XI-322.

Il contenuto e l'ordinamento di questo secondo ed ultimo volume dell'opera del Dalgwik (riguardo al primo v. questo *Bollettino,* XIV, 1912, p. 93-95) non possono venire indicati in poche parole; per darne una idea bisogna scendere a qualche particolare.

---

(1) Le prime tre edizioni furono pubblicate mediante la litografia.

Digitized by Google

Detto volume consta di due parti, dedicate la prima alla *Prospettiva dei pittori*, la seconda alla *Projezione centrale* ed alla *Prospettiva in rilievo.*

La prima, come risulta dal titolo, ha intenti che si avvicinano più agli scopi che si propone l' insegnamento della Geometria descrittiva destinato agli ingegneri di quelli che deve avere l' analogo insegnamento in una Facoltà matematica. Premesso (Cap. I) le relazioni più essenziali che intercedono fra una figura e la sua projezione da un punto su di un piano, nei Capitoli II e III vengono esposti i procedimenti generali in uso nella prospettiva dei pittori e poi applicati ad alcuni casi semplici; più complesso è l' esempio trattato nel Cap. IV, che si riferisce alla rappresentazione d' un edificio: esso è completato dal Cap. V, che è dedicato al tracciamento delle ombre nelle figure prospettiche. Altre questioni (in cui intervengono condizioni d'ortogonali, angoli, distanze, ecc.) sono trattate nel Cap. VI ed applicate nel VII, tutto consacrato alla prospettiva di figure architettoniche. Dal Cap. VIII si apprendono gli espedienti ai quali deve ricorrere il disegnatore quando qualche punto su cui deve operare cade fuori dei limiti del disegno, mentre nel IX i metodi precedentemente esposti sono applicati a nuovi esempi. L' importanza teorica e pratica che possiede la circonferenza ha con ragione consigliato l'A. a dedicare uno speciale Capitolo (il X) alla prospettiva di tale figura; dei risultati esposti egli fece subito applicazione alla sfera e poi (Capitoli XI e XII) ad altre figure che s' incontrano quasi tutte nell'architettura. Riassumendo, in questa prima parte della sua opera l'A. ha risolto con metodi rigorosamente scientifici tutte le questioni di Geometria descrittiva che s'incontrano nella pratica dell' ingegnere.

Della seconda, il I Capitolo (chiamato XIII dall'A.) contiene un'esposizione concisa ma sufficiente del metodo della projezione centrale; segue (Cap. XIV) la teoria della collineazione fra due piani, con applicazioni al cerchio, alle coniche e ad alcuni argomenti di geometria projettiva (Cap. XV e XVI). I fondamenti della prospettiva in rilievo si apprendono dal Cap. seguente, penultimo dell'opera, mentre nell' ultimo sono stabilite le formole che legano le coordinate di un punto a quelle del punto che gli corrisponde in una prospettiva pittorica, in una collineazione ed in una prospettiva in rilievo. Così tutte le principali questioni teoriche e pratiche in qualche maniera connesse al processo della visione sono, se non del tutto esaurite, sufficientemente chiarite.

Il volume si chiude con un' *Appendice* costituito da tre distinti paragrafi.

Digitized by Google

Nel primo si trova quanto è necessario a chi voglia essere edotto di che cosa sia la fotogrammetria ed in che cosa consista la sua utilità in pratica; nel secondo si leggono alcuni complementi alla prima Parte del presente volume, in particolare sufficienti informazioni relative alla struttura ed all' uso degli strumenti che servono a delineare meccanicamente una prospettiva; il terzo (tre sole pagine!) dà qualche notizia intorno all'evoluzione storica della prospettiva e della Geometria descrittiva.

Da questo riassunto dell' opera del Dalgwik emerge chiaramente che il piano di essa differisce da quello adottato dai trattatisti anteriori della stessa materia. L'A., a differenza di molti fra questi, ha dato uno sviluppo considerevole ai metodi di rappresentazione, riducendo per compenso le applicazioni a curve e superficie; ha conceduto molto spazio alle applicazioni tecniche, lasciando in un'ombra discreta il fatto che il metodo di Monge offre un mezzo eccellente per completare le cognizioni ottenute da altra fonte sopra le figure a tre dimensioni; ha insegnata l' esistenza di apparati ausiliari per il disegno, ma nulla ha detto intorno alle analogie profonde che intercedono fra il metodo di Monge e quello di Cartesio. Per tali preferenze egli, naturalmente, riscuoterà lodi dagli uni, biasimi dagli altri; noi non ci schieriamo da una parte o dall'altra; ma, con l'analisi esposta, abbiamo voluto dare un' idea completa di quanto contiene l'opera in questione, onde permettere a ciascuno dei nostri lettori di decidere se essa è capace di offrirgli quanto occorre a lui in particolare.

G. L.

Handbuch der angewandten Mathematik herausgegeben von H. E. Timerding. Leipzig und Berlin, G. B. Teubner 1914.

I. H. Von Sanden, *Praktische Analysis*. 8°, p. XIX-185.

II. J. Hjemslev, *Darstellende Geometrie*, 8°, p. IX-320.

In tempi non molto lontani dal nostro molti matematici nutrivano per le applicazioni un così profondo disprezzo da far eco alla distinzione adoperata da Kummer, il quale diceva non esistere matematica pura e matematica applicata, ma matematica pulita e matematica sudicia. Ora si è diffusa l' opinione che le più astratte teorie matematiche traggono nuovi stimoli e nuove ispirazioni dalle applicazioni, onde l' insegnamento viene informato al concetto di accostare il più possibile l' esposizione delle teorie più astratte alla realtà, il che è possibile senza sagrificare nulla del rigore, elemento essenziale di ogni disciplina geometrica od algebrica. Appunto per diffondere la conoscenza dei metodi propri ai varii rami

Digitized by Google

della matematica applicata, il prof. H. Timerding ha architettata e cominciata la collezione di manuali di cui ora si hanno due elementi, mentre i seguenti conterranno: « Fondamenti della geodesia e dell'astronomia », « Metodi grafici in uso nella tecnica », « Statistica matematica e calcoli d'assicurazione »; non è escluso che la collezione possa venire ulteriormente continuata.

I due volumi di cui ci apprestiamo a rendere conto sono sul confine che separa la matematica pura dalle applicazioni; anzi si può dire che il primo si trovi già nel territorio di queste, mentre il secondo svolge una disciplina rigorosamente esatta nei procedimenti, ma suscettibile di usi molteplici nel campo delle applicazioni.

Il primo di tali volumi è dovuto ad un discepolo del prof. Runge ed è tutto informato alle idee ed ai metodi che questo eminente scienziato ha introdotti nella scienza. Dopo alcune generalità intorno ai calcoli numerici ed ai procedimenti grafici con cui vennero sostituiti, l'autore dedica un intero Capitolo, pieno di interesse, al regolo calcolatorio ed alle macchine per calcolare. Segue poi un Capitolo dedicato a far conoscere i metodi più comodi per risolvere le equazioni algebriche a coefficenti numerici. I Capitoli seguenti hanno poi i seguenti soggetti: Estrapolazione ed interpolazione per funzioni razionali intere; Interpolazione di funzioni qualunque; Quadrature meccaniche; Integrazione e differenziazione grafiche; Approssimazioni analitiche di funzioni arbitrarie; Risoluzione di equazioni e di sistemi di equazioni; Integrazione grafica e numerica di equazioni differenziali ordinarie di primo e di secondo ordine e di ordine superiore. Nel testo sono intercalate numerose figure che facilitano l'intelligenza degli sviluppi teorici e delle applicazioni pratiche; al termine sono indicate le opere a cui l'autore si è ispirato e che egli raccomanda al lettore desideroso di approfondirsi maggiormente nei procedimenti di cui egli ha tracciate le linee generali.

Il secondo dei volumi che ci stanno sott'occhio è opera di un matematico danese, di cui i nostri lettori già conoscono un trattato di geometria descrittiva (v. *Bollettino* T. IX, 1906, p. 97-99); affrettiamoci a dichiarare che la somiglianza fra questo ed il nuovo si riducono soltanto alle doti di precisione, chiarezza e semplicità nel dettato che rilevammo nella precedente pubblicazione. Nell'attuale la geometria descrittiva propriamente detta è fusa con la geometria projettiva; così essa può avvantaggiarsi delle semplificazioni provenienti da un uso sapiente dei concetti caratteristici di tale disciplina. Non essendoci permesso di estenderci in

Digitized by Google

un' analisi esauriente della presente pubblicazione riferiremo anzitutto i titoli dei quattordici Capitoli che la formano:

I. *Projezione ortogonale semplice.* II. *Projezione ortogonale doppia.* III. *Projezione parallela; assonometria.* IV. *Fondamenti della rappresentazione prospettica.* V. *Elementi della geometria projettiva.* VI. *Coniche.* VII. *Curve piane.* VIII. *Superficie di rotazione.* IX. *Coni.* X. *Curve gobbe.* XI. *Superficie sviluppabili; altre superficie inviluppi.* XII. *Superficie gobbe.* XIII. *Elicoidi e superficie topografiche.* XIV. *Illuminazione delle superficie.* Come si vede nel breve giro di 300 pagine l'autore ha saputo dare idea di tutti i temi che compongono la materia che trattavasi di esporre; similmente, pure limitandosi a presentare figure semplici e di piccolo formato, è riuscito a fornire tutto il necessario per l' intelligenza del testo. Notiamo come originale e degna di venire bene accolta la dimostrazione dell'invariabilità per projezione del birapporto di quattro punti senza ricorrere ai seni; semplice è pure la costruzione da lui proposta dei fasci armonici; e così notevole è il procedimento approssimativo da lui ideato per determinare il raggio d' un cerchio la cui periferia ha data lunghezza. Non parliamo della dimostrazione da lui proposta per il Teorema di Pohlke perchè già ne facemmo cenno in altra occasione; e notiamo piuttosto come in parecchi punti del suo libro l' A. abbia alluso alle ricerche sopra le curve grafiche di cui, per impulso del Juel, la Danimarca si è fatta una specialità. E rimpiangiamo di non potere qui entrare in particolari più minuti per convincere i lettori che si è in presenza di un' opera eccellente di un maestro che conosce a fondo la materia e tutte le astuzie che permettono di vincere le difficoltà teoriche e pratiche che ne presenta l' insegnamento. G. L.

CESARE CORISELLI. *Geometria descrittiva ad uso degli Istituti tecnici e per lo studio privato.* Con 393 figure intercalate nel testo e 637 questioni per esercizio. Trento, tip. Manauni, 1914, p. XVI + 397. Prezzo del volume leg. in tela L. 8. Depositi: Venezia, tip. Emiliana; Torino, G. B. Paravia.

L'A. avverte esordendo che presuppone nel lettore una certa famigliarità col suo *Avviamento allo studio della geometria descrittiva;* a noi pare che ciò non sia indispensabile per seguire l'esposizione delle teorie costituenti l' odierna Geometria descrittiva quale si legge nell'opera che annunciamo; la quale, essendo scritta con lodevole chiarezza, essendo corredata da numerose e belle figure, nè mancando di una ricca collezione di esercizi, può essere posta con fiducia nelle mani di qualunque giovane studioso.

Digitized by Google

Degli otto Capitoli che la costituiscono il primo contiene tutto quanto è necessario per conoscere e sapere applicare il metodo di Monge in sè e nelle sue applicazioni al tracciamento delle ombre. Come esso si applichi alla rappresentazione dei poligoni e dei poliedri si apprende dal Capitolo seguente. Alcune nozioni intorno alle curve in generale, ed in particolare all' ellisse, si apprendono dal Cap. III, nel quale, mentre segnaliamo con lode quanto concerne questa linea, non possiamo a meno di biasimare la leggerezza con cui sono trattale le generalità relative alle curve: per convincerne il lettore basti dire che l' A. introduce la nozione di ordine di una curva piana senza avere previamente stabilito il concetto di curva algebrica. Osservazioni congeneri vanno ripetute riguardo alle nozioni intorno alle superficie esposte in principio del IV Cap., ove per converso si trova un' ottima trattazione delle superficie coniche e cilindriche e dei problemi relativi (non escluso il tracciamento delle ombre). Alla superficie sferica è dedicato il Cap. V ed alle superficie di rivoluzione il VI, sempre con particolare riguardo alla delineazione delle ombre.

Benchè non manchino qua e là cenni sulle projezioni oblique, si può dire che i Capitoli testè discorsi concernano esclusivamente il metodo della doppia projezione ortogonale. Ad altri procedimenti per rappresentare le figure a tre dimensioni è dedicato il Cap. VII, da cui si apprendono i fondamenti della Projezione centrale, la Projezione sterografica, il Metodo dei piani quotati e l'Assonometria ortogonale.

A complemento di quanto precede l'A. riunisce in un ultimo Capitolo la trattazione di alcune questioni; e cioè l'applicazione della Geometria descrittiva alle determinazioni di luoghi geometrici, la risoluzione dell'angolo triedro, alcune nozioni sopra la projezione ortografica nelle sue applicazioni geografiche ed astronomiche, le nozioni fondamentali intorno a l'elica e le superficie elicoidi; da ultimo insegna, in base ai metodi della Geometria descrittiva, la procedura per costruire le meridiane.

Da tutto ciò emerge che nell' opera testè compendiata si trova l'essenza di tutto quanto costituisce la Geometria descrittiva. Un' analisi minuta di essa ci avrebbe tratti a enumerare alcune pregevoli innovazioni nei particolari; limitiamoci a segnalare alcune modificazioni relative alla teoria delle sezioni coniche (che furono in parte suggerite all' A. dal suo collega Attilio Nordio) e la buona abitudine dell' A. di dare una brevissima biografia di ognuno degli scienziati citati; viene evitato così il pericolo che lo scolaro ritenga ad es. contemporanei Pascal e Brianchon per il solo fatto che i loro nomi sono collegati a due proposizioni attigue. G. L.

Digitized by Google

E. LINDSAY INCE. *A Cours of Descriptive Geometry and Photogrammetry for mathematical Laboratory*. 8°, p. VIII-79. London, G. Bell, 1915. (Prezzo 2 sh., 6d).

L' Università di Edinburgo, seguendo l' esempio di altre grandi istituzioni didattiche, si è fatta iniziatrice di una collezione di monografie (« Edinburgh mathematical Tracts ») sopra argomenti matematici dotati di speciale importanza: l' opuscolo che oggi annunciamo porta il n. 1 in tale raccolta. Il primo Capitolo di esso offre alcune generalità dottrinali e storiche (1) intorno a ciò che fu e ciò che è la Geometria descrittiva, presa tale denominazione nella sua accettazione più ampia. I Capitoli secondo e terzo si riferiscono in gran parte al metodo di Monge; contengono però alcuni cenni anche sopra i piani quotati. Alla Prospettiva è dedicato il quarto Capitolo, nel quale si trovano tanto le relative costruzioni dirette quanto quelle che poggiano sullo sfruttamento del metodo di Monge. Brevissimo (anche troppo, secondo il nostro modo di vedere) è l'ultimo Capitolo, relativo alla Fotogrammetria. Novità di concetti o di procedure non furono da noi rilevate.

L' esposizione è chiara, ma molto concisa, onde questo opuscolo potrà servire benissimo come ausiliare in un corso di lezioni, ma per lo studio individuale invece riuscirebbe del tutto inadatto. Le figure sono molto semplici, ma chiare; gli esercizi non mancano e sono enunciati col mezzo di dati numerici.

G. L.

M. GROSSMANN. *Einführung in die darstellende Geometrie. Leitfaden für den Unterricht an höheren Lehranstalten*. III. Aufl., mit 85 Uebungsaufgaben und 121 Figuren in besonderem Heft. Basel, Helbing e Lichtenhahn, 1917, 8°, p. 88.

» *Darstellende Geometrie*. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1915, 8°, p. 138.

Il primo di questi volumetti dell'egregio professore del Politecnico di Zurigo, come ne fa supporre il titolo, è destinato a servire di guida per coloro che intendono d' impadronirsi, con l'ajuto di un maestro, dei metodi propri della Geometria descrittiva; gli sviluppi teorici sono mantenuti entro i limiti più modesti e così dicasi del numero di problemi ri-

(1) Facciamo qualche riserva sull'asserzione (p. 14) che Desargues debba considerarsi come il fondatore della « moderna » (?) geometria descrittiva ».

Digitized by Google

solti, chè buon numero di questioni importanti si trovano semplicemente enunciate fra gli esercizi che chiudono tutto l'opera. Questa si apre (Cap. I) con gli elementi del Metodo dei piani quotati, al quale viene accordato il primo posto perchè non esige che l'uso di *un piano* di rappresentazione; seguono il Metodo di Monge (Cap. II) e le applicazioni di esso alla rappresentazione dei poliedri (Cap. III) e delle più semplici superficie (Cap. IV) quali coni, cilindri e superficie di rotazione. Un breve Capitolo (il V) è consacrato alle proprietà essenziali delle coniche, mentre negli ultimi due sono tracciate le primissime linee dell'Assonometria ortogonale (1) e della Projezione centrale, quest'ultima con applicazioni alla prospettiva. La trattazione è semplice ed elementare, prevalentemente ma non pedantescamente geometrica (così, a p. 25-6, si usano le coordinate per dimostrare che è un'ellisse la figura affine ad cerchio); ad aumentarne la chiarezza serve egregiamente la collezione di figure, semplici ma assai espressive (2). Concludendo, ci sembra che il nostro eminente collega abbia scritto un lavoro che, benchè ispirato a concetti didattici diametralmente opposti a quelli che guidarono il suo illustre predecessore (G. Fiedler), servirà egregiamente alla diffusione fra i pratici dei preziosi metodi grafici.

Nel secondo dei volumi che annunciamo (fa parte della collezione intitolata « Teubner's Leitfaden für den mathematischen und tecnischen Hochschulunterricht » (3) egli tratta le stesse questioni di cui si occupò nel primo (del quale egli presuppone la conoscenza nel lettore) ma con profondità ed elevatezza maggiore; l'accordo generale fra le due opere è reso manifesto dall'identità degli Esordi; le differenze si rilevano paragonando l'Indice che più sopra esponemmo del primo con quanto ora diremo relativamente al contenuto del secondo.

Di questo la prima parte comprende quattro Capitoli. Dal primo si apprendono alcuni interessanti complementi al Metodo di Monge; il secondo concerne l'Assonometria, ortogonale ed obliqua; il seguente tratta la Projezione centrale, con cenni intorno alle projezioni stereoscopiche ed alla projezione stereografica della sfera; nell'ultimo l'A. (adottando le vedute

---

(1) Perchè l'A. non avvertì esplicitamente che il triangolo delle tracce assonometriche è sempre acutangolo?

(2) Se non c'inganniamo vi manca la Fig. 17.

(3) A scanso di equivoci da parte del lettore notiamo che (come l'A. ha riconosciuto) la Fig. 21 è errata.

Digitized by Google

di chi scrive il presente articolo) dà notizia dei fondamenti geometrici della Fotogrammetria. Va rilevato in generale che egli, pur ragionando sempre da vero e provetto matematico, ha sempre presenti i bisogni delle varie categorie di tecnici.

La seconda parte si apre con alcune generalità relative alle curve e superficie, che l'A. (adottando il sistema caldeggiato ed applicato dal relatore) suppone sempre rappresentate col mezzo di coordinate cartesiane ortogonali. Nel Capitolo seguente (il VI di tutta l'operetta) egli si occupa di superficie topografiche; passa poi (Cap. VII) ai coni cilindri, esponendone la rappresentazione e la ricerca delle sezioni piane; ciò lo conduce ad occuparsi dell'omologia piana, trasformazione che viene applicata al cerchio, per potere stabilire le proprietà fondamentali delle coniche (Capitolo VIII). L'A. ritorna poi alle superficie coniche e cilindriche, insegnando come se ne costruiscano le intersezioni nel caso in cui siano di second'ordine. Altri due Capitoli concernono le superficie di rotazione e le rigate (in particolare le rigate elicoidi) e l'ultimo le quadriche, rigate o non (queste ultime definite come le superficie omologiche d'una sfera). Lo spazio ristrettissimo che l'editore gli concesse, obbligò l'A. a limitarsi all'essenziale sopra ciascun argomento ed usare uno stile assai stringato; tuttavia la cura del dettato e la bellezza delle figure (una cosa e l'altra attestazioni del trovarci in presenza di un provetto insegnante) rendono possibile al lettore attento ed intelligente di comprendere ed assimilare tutta la materia e così rendersi padrone delle utilissime procedure a cui è legato il nome di Monge. G. L.

Pubblicazioni recenti sulla Storia della Matematica.

C. DE WAARD. *Un écrit de Beaugrand sur la méthode des tangentes de Fermat à propos de celle de Descartes.* Bulletin des sciences mathématiques, T. XLII, II Ser. T. XLII, 1918.

Lo squarcio pubblicato è tratto da un ms. esistente a Londra nel British Museum (*Harleian mss. 6796, art. 18, fol. 155 recto-161 verso*); grazie ai dotti commenti di cui l'ha corredato l'editore, si mostra un documento storico che getta molta luce sopra il primo stadio di sviluppo della geometria cartesiana.

F. CAJORI. *Pierre Laurent Wantzel.* Bull. of the American Muth. Society, aprile 1918.

Wantzel è specialmente noto per una dimostrazione, riprodotta nel *Cours*

Digitized by Google

d'Algèbre supérieure del Serret, dell' irrisolubilità delle equazioni algebriche di grado superiore al IV; Burckhardt et Bortolotti ne avevano affermata l' identità con quella del Ruffini; il Cajori segnala le differenze che passano fra di esse. E poi fa conoscere le ricerche del Wantzel sul caso irriducibile, sulla duplicazione del cubo e sulla trisezione dell'angolo, completando così il ritratto scientifico di un matematico di grandi speranze, morto a soli 34 anni.

C. I. KEYSER. *The role of the concept of Infinity in the work of Lucretius.* Bull. of the American mathem. Society, aprile 1918.

Come contributo ad una completa storia del concetto d'infinito in matematica, di cui egli augura prossima la pubblicazione, l'A. rileva alcuni passaggi del *De rerum natura* che vi si riferiscono e ne studia il significato al lume dei concetti moderni sull'argomento.

D. F. DIÈGUEZ. *Un matemàtico espanol del siglo XVIII : Juan Caramnel.* Revista matematica hispano-americana, T. I, 1919.

I. Caramnel nacque a Madrid il 23 maggio 1606 da Lorenzo Caramuel y Lobkowiz (un boemo venuto in Spagna in qualità d' ingegnere) e da Catalina de Frisia (una olandese); sin da bambino mostrò grande attitudine alla matematica ed a soli dieci anni pubblicò delle tavole astronomiche. Vestì l' abito di benedettino. Terminati i suoi studi a Salamanca, insegnò nei collegi di Alcalà e Palaznelos, fu poi trasferito successivamente in Portogallo ed a Lovanio, ove insegnò qualche tempo, dopo di avere conseguita la laurea teologica ed ove, durante l'attacco d'un esercito di eretici, si fece ammirare anche per il suo coraggio. Lo troviamo poi con vari uffici in Scozia, nel Palatinato, a Vienna ed a Praga; in quest'ultima città partecipò efficacemente alla difesa contro gli Svedesi (1648). Chiamato a Roma dal papa Alessandro VII si riteneva fosse per essergli conferita la porpora cardinalizia; invece fu nominato vescovo della Campania; divenne poi arcivescovo di Taranto e poi di Vigevano, città ove morì addì 7 settembre 1682: in quella cattedrale esiste tuttora la sua tomba.

Di ammirabile e svariata fecondità lasciò non meno di 262 opere, alcune delle quali in-folio. Allo storico della matematica interessa specialmente un *Cursus Mathematicus* dal titolo *Mathesis Biceps* di cui l'autore dell'articolo che riassumiamo dà un'analisi chiara e veramente esauriente: è una delle tante enciclopedie che appaiono così di frequenti nelle epoche in cui ai pensatori manca la forza per scoprire nuovi veri. Può il

Digitized by Google

Caramnel, che nacque direbbesi per caso in Spagna da genitori di altro sangue, che passò tutta la sua vita peregrinando di terra in terra, che scrisse sempre in latino e non legò il proprio nome ad alcuna scoperta, può egli servire a far la gloria del proprio luogo di nascita? Altri risponda; noi vogliamo soltanto osservare come torni a lode dell'imparzialità e diligenza del suo biografo l'avere reso possibile il sorgere di tale questione e l'avere offerti ai propri lettori tutti gli elementi per risolverla.

S. FERRARI. *Per la biografia e per gli scritti di Pietro d'Abano, Note ed aggiunte al volume « I tempi, la vita, le dottrine di P. d'A. »* Mem. della R. Accademia dei Lincei, Classe di scienze morali, Sez. 5ª, Vol. XV, 1918.

L'opera di cui questa estesa e dotta memoria serve di complemento fu pubblicata nel T. XIV (1900) degli *Atti della R. Università di Genova;* ulteriori studi portarono l'A. alla scoperta di nuovi materiali manoscritti, che permisero specialmente di completare e meglio precisare il quadro delle benemerenze astronomiche del celebre professore dell'Ateneo patavino: ond'è che il lavoro oggi annunciato ha diritto di attrarre l'attenzione dei lettori del *Bollettino.* Per meglio caratterizzarne il contenuto ne riferiamo l'indice:

Introduzione. I. Per la biografia. II. Manoscritti e stampe. III. I libri astronomici. IV. Sull'averroismo del Secolo XIII. V. La forma e la leggenda.

A. RICCÒ. *Notizie biografiche del Prof. Ing. Francesco Caldarera.* Catania 1918.

In questo documentatissimo opuscolo sono raccolti ed illustrati tutti i dati relativi alla vita del Nestore dei matematici italiani (n. a Randazzo in provincia di Catania il 5 maggio 1825).

A. FAVARO. *Intorno alla prima edizione fiorentina delle opere di Galileo.* Atti del R. Istituto Veneto, T. LXXVII, Parte II, 1917-18.

Molti particolari ignorati intorno al modo in cui fu condotta l'edizione dovuta alle cure di Tommaso Buonaventuri, e condotta a termine con l'ajuto di Guido Grandi e Benedetto Bresciani.

A. FAVARO. *Galileo Galilei e i « Doctores Parisienses ».* Rend. della R. Acc. dei Lincei, Seduta del 21 aprile 1918.

L'A. combatte la tesi del Duhem, secondo cui Galileo avrebbe attinto a larga mano agli scritti dei commentatori di Aristotele che insegnavano

Digitized by Google

nelle Università di Parigi ed Oxford, dimostrando, in particolare che i *Juvenilia* risultano da appunti presi mentre egli studiava a Pisa.

A. FAVARO. *I riformatori dello Studio di Padova in visita magistrale all' Università nell'aprile 1771.* Atti e Memorie della R. Accademia di Padova. Vol. XXXIV, 1918.

Notizie intorno al celebre Ateneo, desunte da documenti poco o mal noti.

A. FAVARO. *Adversaria Galileiana. Serie Terza.* Ivi.

Consta questa memoria dei seguenti articoli: XIV. Un inglese a Padova al tempo di Galileo. Lo « Sloane Ms. 682 » del British Museum. XV. Per l' autenticità della tradizione concernente la cattedra di Galileo nell'Università di Padova. XVI. Un distico greco in onore di Galileo. XVII. A proposito di Simone Mayr (L'A. fa cenno di una nuova levata di scudi in favore di colui che contestò a Galileo la scoperta dei Pianeti Medicei). XVIII. Ancora per l' iconografia Galileiana. XIX. Nuovi supplementi al Carteggio Galileiano. (L'A. nota con legittima compiacenza che, dopo il compimento dell' edizione nazionale di Galileo, non si scoperse alcuna lettera da lui scritta od a lui indirizzata; qui egli pubblica alcuni brani di epistole ove è menzionato il grande scienziato; alcune sono inedite, altre tratte dalla più recente edizione delle *Oeuvres de Descontes*, o da altre opere a stampa; finalmente parecchie sono di mano di E. Torricelli od a lui dirette e vennero già stampate per cura di G. Vassura nel T. III delle *Opere* del grande faentino, (volume licenziato sino dal 1909, soltanto ora pubblicato, ma posto a disposizione del Favaro dal Municipio di Faenza, sottò i cui auspici si compie quella edizione).

A. FAVARO. *Amici e corrispondenti di Galileo Galilei.* XL. *Giuseppe Moletti.* Atti del R. Istituto Veneto, T. LVXVII. Parte II, 1917-18.

Il personaggio di cui in questa memoria è narrata la vita, in base a documenti inediti sconosciuti è legato a Galileo per due motivi: per esserne stato il predecessore nella cattedra di Padova e per avere dato nel 1587 un parere lusinghiero intorno ad una scrittura giovanile di quel grande. Egli nacque a Messina nel 1531, si trasferì a Verona e poi a Venezia, dove si fece favorevolmente conoscere come valente cosmografo; passò al servizio del Duca di Mantova, che lasciò nel 1577 per salire sulla cattedra offertagli nell'Ateneo Padovano. Partecipò attivamente agli studi che condussero alla riforma del calendario, pubblicando (1580) le

Digitized by Google

Tabulae Gregoriane, così chiamate in onore del pontefice promotore di quella memorabile innovazione. Altre sue opere giacciono manoscritte nella Biblioteca Ambrosiana di Milano. Morì il 25 marzo 1588.

A. FAVARO. *Intorno al trattato di Leonardo da Vinci sul moto e misura dell'acqua.* Rend. della R. Acc. dei Lincei, Scienze morali, Seduta del 17 novembre 1918.

Con larghezza e profondità d'indagine l'A. dimostra infondata la tesi (a cui il Lombardini diede tanta celebrità) secondo cui B. Castelli, nelle sue memorabili ricerche d'idraulica si sarebbe appropriate idee e metodi di Leonardo.

G. SARTON. *The Teaching of the History of Science,* The scientific Monthly, September 1918.

L'egregio cultore della storia della scienza, che, profugo dal Belgio, trovò larga ospitalità negli Stati Uniti, espone in questo articolo alcune osservazioni intorno ai criteri da adottarsi in un insegnamento orale di quella disciplina ed agli oggetti (libri e strumenti) che debbono trovarsi a disposizione del professore, le quali gli furono suggerite dall'esperienza da lui fatta nel corso di due anni nelle Università degli Stati Uniti e del Canadà.

C. TWEEDIE. *Notes on the Life and Works of Colin Maclaurin.* The mathematical Gazette 1919.

Complementi ad un articolo precedente (v. *Bollettino* 1916, p. 111).

F. CAJORI. *Plans for a History of Mathematics in the Nineteenth Century.* Science, 20 Settembre 1918.

In questo discorso l'importante questione del come scrivere una storia della matematica durante il Secolo XIX è considerata da un punto di vista economico-statistico. L'A. distingue sette periodi storici, definendoli cronologicamente come segue: I. 2000 a. C.-1200 d. C.; II. 1200-1668; III. 1668-1758; IV. 1758-1799; V. 1799-1835; VI. 1835-1875; VII. 1875-1905 e trova in essi che la produzione matematica è rappresentata rispettivamente dai numeri 3200, 3149, 3177, 3928, 5044, 11944, 20064 onde annualmente è risp. espressa da numeri proporzionali a 1, 6.9, 35.8., 95.8, 140.1, 298.6, 668.8. Considerando poi la mole della storia del Cantor ed il numero d'anni di lavoro che essa ha costati, il Cajori, calcola a 15 il numero dei volumi di

Digitized by Google

egual formato che dovrebbe abbracciare la storia del Secolo scorso; ripartendo la fatica fra venti specialisti, meno di sei anni basterebbero a raggiungere il termine della detta impresa. Non manca di osservare che, siccome quegli specialisti dovrebbero venire esonerati da qualsia altro obbligo ufficiale, nel fare un bilancio preventivo della relativa spesa, bisognerebbe tener conto dei lauti onorari pei collaboratori.

L' importante questione si trova esaminata da altro punto di vista e risolta in modo del tutto differente nell'articolo seguente:

G. Loria. *Per una storia della matematica nel Secolo XIX.* Archivio di Storia della Scienza diretto da A. Mieli, T. I, 1919.

G. Milhaud. *L' oeuvre de Descartes pendant l' hiver 1619-1620.* I. Partie. *La Méthode et la Mathesis.* II. Partie. *Les premiers travaux d' Analyse et de Géométrie.* Scientia, Gennajo e Febbrajo 1918.

L'A. continua gli studi sopra la genesi delle idee di Descartes, di cui due saggi erano stati pubblicati nel 1916 nella *Revue de métaphysique et de Morale* e nella *Revue générale des sciences;* i nuovi e gli antichi scritti sono evidentemente ingredienti di un lavoro d'insieme che riuscirà per fermo del massimo interesse.

D. E. Smith. *Medicine and Mathematics in the sixteenth Century.* Annals of Medical History, 1917.

Dopo brevi considerazioni intese a dar ragione del perchè nei secoli decorsi molte eminenti personalità si dedicarono ad un tempo allo studio della medicina ed a quello della matematica, il dotto A. si arresta su alcune fra esse; fra esse citiamo Leonardo da Vinci, Galileo, Cardano, Recorde, Adriano von Roomen e J. Peletier. L' articolo si chiude con un elenco di coloro che, durante il Secolo XVI, si distinsero in entrambe quelle discipline.

G. Giovannozzi. *Scritti inediti di Pietro Fermat nella Biblioteca Nazionale di Firenze.* Atti della Pontificia Accademia Romana dei Nuovi Lincei. Seduta del 20 Gennaio 1918.

Esaurienti ricerche compiute dall'A. lo condussero all' importante constatazione del fatto che a Firenze esistono copie di otto scritti e frammenti inediti del Fermat; ma, tranne per uno, se ne trovano altre copie nella Biblioteca dell' Università di Groninga; tutti stanno per essere dati alle stampe da C. de Waard.

Digitized by Google

C. DE WAARD. *Lettres inédites de Fermat.* Mémoires de l'Académie des Sciences, Inscriptions et Belles-Lettres de Toulouse, XI Sér., T. V, 1917.

Nella Biblioteca dell' Università di Groninga esiste un fascicolo manoscritto intitolato *Continetur haec mss. a P. Schooten et F. a Schooten fratribus,* ove, fra l'altro, si trovano copie di lettere di Fermat eseguite dal noto geometra Francesco von Schooten durante il suo soggiorno a Parigi. Traviati dal titolo che porta gli editori di Fermat non lo utilizzarono, onde l' A. dell' articolo che annunciamo pensò a ragione che valesse la pena di estrarne quanto rappresenta un utile complemento al carteggio del celebre matematico tolosano. Tale complemento comprende: 1. Estratto di una lettera a Roberval del 22 Novembre 1636; 2. Estratto di una lettera del 15 Giugno 1638 al P. Mersenne; 3. Estratto di una lettera allo stesso, probabilmente scritta nel luglio 1638; 4. Continuazione di una lettera allo stesso del 27 Luglio 1638. V. Estratto di una lettera allo stesso del 5 Agosto 1638. Tutte queste scritture toccano questioni relative alla concoide ed alla cicloide. L' ultimo documento pubblicato dal de Waard contiene la dimostrazione di un nuovo modo di generare l'ellisse di autore ignoto (Fermat e Roberval?). Emerge da questo cenno come ci si trovi in presenza di indispensabili addizioni al carteggio di Fermat con i geometri del tempo suo.

H. SUTER. *Abhandlung uber die Ausmessung der Parabel von Ibrahim ben Sinan ben Thabit. Aus dem Arabischen ubersetzt und kommentirt.* Vierteljahrschirftt der Naturf. Ges. in Zürich, T. 63, 1918.

Proseguendo le sue ricerche sulla matematica araba, l' A. dà ora alle stampe un lavoro di un nipote di Thabit ben Kurra, la cui grande importanza risulta dal fatto che contiene la più semplice dimostrazione della quadratura della parabola anteriore all' invenzione del calcolo infinitesimale; per dimostrare che il ragionamento ora dato alle stampe gode effettivamente di tale prerogativa il Suter riproduce anche quello che si legge in un celebre scritto di Archimede.

F. CAJORI. *Origin of the name « mathematical induction ».* The American Monthly, May 1918.

Importanti notizie sull'uso del vocabolo *induzione matematica* il quale, secondo l'A., fu usato per primi dal Wallis e da Giacomo Bernoulli.

Digitized by Google

N. 3 PERIODICO TRIMESTRALE 1919

BOLLETTINO

DI

BIBLIOGRAFIA E STORIA

DELLE

SCIENZE MATEMATICHE

PUBBLICATO PER CURA

DI

GINO LORIA

ANNO XXI — SERIE II — VOL. II

1919

PALERMO

LIBRERIA SCIENTIFICA D. CAPOZZI

Piazza Croce del Vespri 8

1919

Digitized by Google

Digitized by Google

BOLLETTINO DI BIBLIOGRAFIA E STORIA
DELLE
SCIENZE MATEMATICHE
Serie II. Vol. II. Fasc. III — **Luglio-Settembre** Anno XXI. 1919

LA FRONTIÈRE ENTRE L'ARITMÉTIQUE ET LA LOGIQUE (1)

par M. STUYVAERT
CORRESPONDANT DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

Le principe de l'*induction complète* ou ce qu'on appelle en langage vulgaire le passage de n à $n+1$, a fait l'objet d'un travail remarquable présenté au Congrès de Cambridge par A. Padoa.

H. Poincaré avait naguère exprimé son admiration pour la fécondité de ce principe qui envoloppe une infinité de syllogismes.

A. Padoa combat ce point de vue; il croit pouvoir affirmer que, dans la pensée de H. Poincaré, il faudrait une infinité d'expérience pour vérifier le principe de l'induction.

Nous nous permettons d'être d'un autre avis: H. Poincaré a, nous aimons à le croire, employé le mot *infinité* dans le sens d'*indéfiniment croissant*, comme il est d'usage constant dans la théorie des limites.

En second lieu, toute proposition générale, par exemple $\log a^2 = 2\log a$, enveloppe une pareille infinité de syllogismes; mais ce que H. Poincaré admirait probablement c'est que le principe d'induction enveloppe un nombre indéfini de syllogismes superposés, que c'est en somme un *sorite* comprenant un nombre indefini d'échelons.

A propos du même principe, on peut observer qu' on l' applique tacitement, sans l'énoncer, dans la plupart des manuels élémentaires.

Tout comme on applique le syllogisme ou le dilemme; et dans l'application on montre qu' il équivaut à une chaîne de syllogismes, et que le

(1) Extrait d'une communication faite au Cercle académique Gantois.

Digitized by Google

nombre des chainons est indéterminé, mais fini : on dit, si la proposition est vraie pour 1, elle l'est pour 2; étant vraie pour 2, elle l'est pour 3, etc. Mais l'application ne concerne qu'un nombre fini d'objets, car que signifie un produit d'une infinité de facteurs ou un polygone d'une infinité de côtés ?

On enseigne l'Arithmétique avant la Logique bien que celle-ci serve de base aux autres sciences, parce que l'on admet tacitement les principes de la Logique comme d'évidence suffisante.

Dés lors le principe d'induction, puisqu'il ne figure par dans les manuels d'Arithmétique est implicitement considéré comme relevant de la Logique.

Telle était du moins l'opinion courante jusque dans ces derniers temps.

Maintenant tout est changé. Le principe d'induction complète appartient à l'Arithmétique ; il est une propriété de la série des entiers, ou pour parler le langage de la théorie des ensembles, du *type d'ordre* ω, type dont nous donnerons une définition concrète en écrivant

$$1, \quad 1+1, \quad 1+1+1, \ldots$$

Il y a quelques années deja l'école de G. Peano en étudiant ce type d'ordre, avait pris comme concepts fondamentaux *zéro, nombre, successif de*, caractérisés par un groupe de postulats au nombre desquels le principe d'induction, énoncé cette fois en Arithmétique.

Enonçant la même pensée sous une autre forme G. Combébiac (1) dit que le principe d'induction est la définition même du type d'ordre ω ; pour plus de précision, le principe est une partie de cette definition.

Un même concept peut être caractérisé par plus d'un groupe de postulats et les efforts modernes tendent à réduire le plus possible le nombre de ces derniers. Si donc le principe d'induction ne fait pas partie du groupe en question, il devient une propriété du type d'ordre ω, c'est-à-dire un théoréme à démontrer.

Il y a divers essais de démonstrations du principe d'induction, mais nous ne voulons retenir ici que celle de A. Padoa, parce que cet auteur cherche en même temps à déterminer le point précis ou l'Arithmétique se sépare de la Logique.

---

(1) L'Enseignement mathématique, nov. 1909 et juill. 1910.

Digitized by Google

Ceci est évidemment une question d'appréciation, peut-être même une simple question de mots, et varie suivant les exposés.

Mais la tentative de A. Padoa est fort intéressante. Pour lui, « le do-« maine caractéristique de l'Arithmétique prend naissance d'une seule idée « primitive qui correspond au mot *couple*...; dans les relations (de la Lo-« gique), les individus et les classes sont considerés tacitement comme « coexistants dans l'espace et dans le temps, et tout concept d'*ordre* et « de *succession* est exclu. Tandis qu'il n'y a qu'une classe à laquelle ap-« partiennent deux individus, on peut former deux *couples* selon qu'on « place *avant* (dans l'espace ou dans le temps) l'un ou l'autre des indi-« vidus donnés ».

Dans le couple il y a donc un *antécédent* et un *conséquent*, et, entre parenthèses, si l'on voulait chicaner, on pourrait prétendre que l'opération logique d'inclusion, tout *a* est *b*, contient déja une succession. Mais passons.

Le *premier postulat* de A. Padoa est que deux couples sont identiques s'ils ont les mêmes antécédents et conséquents. Ceci est donc au fond une définition par abstraction comme celle du *rapport* dans les éléments d'Euclide ou celle de la *température* en physique.

Viennent ensuite les définitions de *couples disjoints*, à antécedents différents et conséquents aussi, de la *correspondance biunivoque*, de *l'autocorrespondance biunivoque*, de *l'autocorrespondance biunivoque irréductible*, de *l'autocorrespondance biunivoque ouverte*, et de la *classe numérotable;* nous ne pouvons entrer dans le détail et renvoyons aux Actes du Congrès de Cambridge.

Alors *le nombre des objets d'une classe numérotable est l'abstraction de cette classe par rapport à la possibilité d'une correspondance biunivoque.*

Aprés cette définition du nombre, A. Padoa définit l'inégalité des nombres, puis il pose le *second postulat:* tout groupe de nombres a son *minimum.*

Ensuite le *zéro* et le *successif de* sont définis, et enfin vient le *principe:* « si une classe *A* renferme le 0 et si elle renferme le successif de chaque individu qui lui appartient, cette classe *A* renferme tous les nombres ».

La démonstration procède par réduction à l'absurde: soit si possible *B* la classe des nombres non contenus dans *A*; dans *B* il y a (second po-

Digitized by Google

stulat) un minimum m; celui-ci par hypothèse n'est pas 0, donc le précédent de m existe et est de la classe A, donc aussi m est dans la classe A ce qui implique contradiction.

Sans parler de l'appareil un peu touffu des définitions ci dessus, simple désagrément si, à ce prix, on obtient la rigueur, nous devons mentionner une observation plus grave.

Le second postulat exprime une propriété d'un groupe de nombres, *fini* ou *infini*: l'usage qu'on en fait dans la démonstration du *principe* en témoigne. Et c'est ici, non l'indéfini de la théorie des limites, mais un infini *actuel*, métaphysique, cet infini proscrit jadis et qui fait sa rentrée.

Ou plutôt l'infini actuel a fait sa rentrée, voila quelque quarante ans, quand on a fondé la théorie des ensembles.

R. Baire, dans l'Encyclopédie, dit en propres termes que, dans la théorie des ensembles infinis, comme les points d'un segment, les nombres rationnels ou les nombres réels, il s'agit bien de l'infini actuel.

A vrai dire ce n'est pas l'infini des philosophes, car celui-ci n'est pas susceptible d'augmentation, tandis que la théorie des ensembles, comme nous allons le voir, connait des infinis ou plutôt des nombres *transfinis* de divers ordres.

Voici à peu près la marche des idées dans cette théorie des ensembles: le symbole $\sqrt{2}$ est vide de sens, comme aussi $\sqrt{-1}$, comme la quatrième dimension de l'espace, etc., et cependant on introduit ces symboles, on les soumet au calcul, et il arrive qu'ils donnent des résultats pour les nombres rationnels ou réels, pour l'espace ordinaire, etc.

De même le nombre cardinal répondant au type d'ordre ω n'existe pas, mais on désigne cette nouvelle incarnation de ∞, par une lettre hébraïque, on l'appele *aleph zéro;* et l'on convient de le soumettre à des operations, ce qui crée des *alephs* supérieurs ou nombres transfinis successifs. Et rien n'empêche que des résultats soient obtenus par ce moyen, pour les nombres finis et les fonctions. Effectivement cette théorie a rendu des services dans divers chapitres.

Seulement quand on introduit un nouveau symbole, on doit convenir d'opérations qui ne troublent pas les théories antérieures. C'est donc que ces symboles eux-mêmes ne peuvent pas figurer dans les postulats sur lesquels se fondent les théories antérieures. Nous ne voyons pas bien une algébre débutant par le symbole des imaginaires.

Digitized by Google

Or que fait A. Padoa? Il pose, dans la théorie des nombres *finis* un postulat relatif aux nombres *infinis*: la pétition de principe nous semble manifeste.

La théorie des ensembles a deja vu se produire un certain nombre de *paradoxes*. C'est ce qui arrive toujours quand on manie l' infini.

Or dans les usages que l'on fait de la théorie des ensembles, par exemple pour les nombres irrationnels, la continuité, etc., on ne manie qu'en apparence l' infini actuel. Presque partout on se sert au fond du seul indéfini, honnête et légitime, et c'est bien naturel, puisque notre raison ne peut fournir que du fini. C' est à tel point que dans des théories entières, il n' y a pas un seul mot à changer si l' on dit en commençant qu' un ensemble infini est simplement caractérisé par le fait de contenir plus de n éléments, quel que soit l'entier n.

L. Brouwer exprime la même idée en se plaçant au point de vue néo-intuitionniste qui ne connait que le type d'ordre ω et compare tous les autres ensembles à celui-la.

Encore une fois donc on peut arriver à plus de rigueur mathématique en remplaçant l'infini par l' indéfini. Ainsi le développement historique de la science présente des alternatives ou des oscillations où l' on voit prédominer tantôt l' audace des conceptions, tantôt la prudence de l' esprit critique. Et ce n'est pas toujours dans les périodes où elle manifeste le plus de rigueur que la mathématique est le plus féconde.

A. PADOA

Remarques sur l'article précédent

Je remercie M. Stuyvaert d'avoir cité avec bienveillance mon mémoire sur *La valeur et les rôles du principe d'induction mathématique* (Cambridge, août 1912) et de m'avoir comuniqué d'avance son article.

J'en profite seulement pour ajouter quelques autres citations.

Au sujet de la *place* qui doit avoir ce principe dans la science, je disais: D'abord si par « raisonnement » ou mieux par « forme de raisonnement » on entend une « proposition de logique déductive pure », le principe d'induction mathématique *n'est pas un raisonnement*, mais *une propriété des nombres entiers absolus* (qu'ici j'appellerai « nombre », tout court).

Digitized by Google

Commençon par énonce ce principe de la manière qui est plus proche de ses applications :

Pour démontrer qu' une proposition est vraie lorsqu' une des lettres, qui y sont employées, désigne un nombre quelconque, il suffit de s'assurer que cette proposition est vraie lorsque ce nombre est zéro, et que, si elle est vraie pour un certain nombre, elle doit être vraie aussi pour son successif.

La *conclusion* est tirée de *deux seules* prémisses.

Pour expliquer la remarque, de M. H. Poincaré, que ce principe enveloppe *une infinité de syllogisme*, je disais :

Au lieu d'admettre explicitement ce principe, dans la plupart des traités pour les écoles, la première fois qu'il se présenterait l'occasion de l' appliquer, après avoir établi les deux prémisses, on dit : « donc notre proposition, étant vraie pour *zéro*, doit être vraie pour *un*; mais alors, étant vraie pour *un*, elle doit être vraie pour *deux*; et ainsi de suite sans fin. »

Cette phrase *et ainsi de suite sans fin*, n'énonce qu'une *induction simple*. C'est pourquoi l'esprit critique de M. Poincaré s'arrête et remarque que, pour la rendre légitime, il faudrait autant de constatations qu' il y a de nombres, à savoir une *infinité*.

Mais le savant qui a énoncé *explicitement* le principe d'*induction mathématique* (Maurolico ou quelque autre) a affirmé, une fois pour toutes, le droit de tirer la *conclusion* de *deux premisses*, sans même *commencer* à parcourir cette *chaîne infinie* d'implication.

Par conséquent, je crois (en 1919 comme en 1912) que la vérité qui s'était présentée à l'esprit de M. Poincaré est celle-ci : « *l'argumentation vulgaire*, moyennant laquelle on croit *se passer* du principe d' induction mathématique, envisagé comme *proposition à part*, en confirme la *nécessité* ». Mais il a énoncé cette vérité de manière à faire croire à tout le monde, jusqu'à lui même, qu'il voulait mettre *en doute* la légitimité de ce principe.

Digitized by Google

Geometria del cerchio e della sfera.

J. L. COOLIDGE — *A treatise on the circle and the sphere* — (Oxford University Press, 1916; 8° pag., 603).

« Let us shut up the box and the puppets, for our play is played out ». Così l'A. terminando il suo libro. A me tocca ora riaprire la scatola e tirarne fuori con garbo i ninnoli che v'ha messo cercando, se non di divertire (chè mi par difficile), di non annoiare il lettore. Io penso alla fatica nel raccogliere la materia incoerente di 20 secoli di lavoro diverso per metodi e per vedute sul particolare argomento, ma penso anche alla mia nel doverne dare in poche pagine una idea adeguata.

Confesso che non mi sostiene l'entusiasmo per il soggetto: il cerchio (lasciamo stare la sua pingue sorella sfera che segue con monotonia e qualche volta con insufficienza le tradizioni di famiglia) spunta fuori con eleganza in parecchie teorie geometriche, ma se è solo non è abbastanza significativo e se arriva in compagnia fa una parte secondaria: la sua comparsa è come una « boutade » elegante che sorprende o diverte, ma non allarga il circolo delle idee: povero circolo, mi cadi spontaneamente sotto la penna per indicare una limitazione!

Non ci fosse stato Plücker a detronizzare la tua greca aristocrazia mettendoti accanto la plebe infinitamente numerosa degli elementi generatori dello spazio; non ci fosse stato Lie ad importi il codice della teoria dei gruppi; forse godresti oggi ancora dei tuoi privilegi: ma secondo me (e mi sia permesso dissentire in questo dall'A.) è un'aristocrazia tramontata per sempre; quanto più varî e potenti saranno i metodi di studio geometrici tanto più il cerchio vi avrà una parte modesta e sarà preso a prestito a titolo d'esempio e di applicazione.

* * *

Per dare rapidamente lo schema del contenuto: un centinaio di pagine sono dedicate al cerchio trattato sinteticamente nel piano ed altrettante alla trattazione analitica sia in coordinate cartesiane che in coordinate tetracicliche: un altro centinaio di pagine estendono quanto precede e fin dove si può alla sfera. Cinquanta pagine trattano delle trasformazioni di cerchi e di sfere. Cento pagine (divise press'a poco in parti uguali) per il cerchio orientato nel piano e per la sfera orientata nello spazio.

Venticinque pagine sui cerchi normali ad una sfera e una cinquantina

Digitized by Google

sui sistemi algebrici di cerchi nello spazio precedono il cerchio orientato nello spazio (venticinque pagine): chiude l'opera la geometria differenziale dei sistemi di cerchi (altre cinquanta pagine).

* * *

Inversione, serie di cerchi di Steiner (ogni cerchio tangente ai due contigui della serie), relazioni fra 4 cerchi tangenti ad un quinto, il cerchio di Feuerbach (detto dei nove punti; che apparterrebbe alla geometria del triangolo), il cerchio di Hart relativo a tre cerchi dati (tangente a 4 cerchi inscritti nei triangoli curvilinei formati con i tre dati) sono la materia dei primi tre paragrafi del I Capitolo (Il cerchio nella geometria piana elementare).

Col § 4 s' inizia l'alleanza della geometria del circolo con quella del triangolo, del quadrilatero dell' n-latero con la ridda dei punti, delle rette, dei cerchi associati ai nomi di Simson, Feuerbach, Fuhrmann, Fonténé, Brocard, Lemoine, Tucker, Nagel, Mc Cay, Neuberg, Taylor, Tarry, Miquel.

Non credo di dover entrare più addentro in questa materia elementare ma artificiosa; si sente in essa lo sforzo caratteristico del periodo geometrico antecedente al secolo XIX; la ricerca non è guidata da alcuna idea generale e non si prevede mai nè il risultato cui si vuol giungere nè i mezzi che si dovranno adoperare.

Nell' ultimo § (7) del I Cap. trovan posto i teoremi sui fasci di cerchi (potenza etc.) e sui poligoni di Poncelet.

* * *

Il Cap. II (il cerchio nel piano cartesiano) comincia col riferire i punti del piano al sistema di coordinate trilineari determinate da un triangolo: la materia di questo primo paragrafo è quindi, per la natura del sistema di riferimento, quella dei §§ 4, 5, 6 del I Cap. (geometria del cerchio e del triangolo): l'esposizione è fatta con molto garbo e si legge volentieri.

S' introducono poi le coordinate tetracicliche speciali del circolo (che sono le coordinate omogenee del punto rappresentativo in S_3, quando si operi con la solita proiezione stereografica seguita da una polarità) e l'identità di Darboux-Frobenius che lega due quintuple di cerchi; con successive specializzazioni si ottengono una quantità di teoremi che quì è impossibile riassumere, ma che appartengono, secondo l'interpretazione spaziale, alla geometria proiettiva di S_3 in rapporto ad una quadrica con un punto fisso.

Digitized by Google

Sotto lo stesso punto di vista si raggruppano i teoremi sui sistemi analitici di cerchi, sia ad uno che a due parametri.

* * *

Il Cap. III tratta di alcuni problemi costruttivi famosi (di Apollonio, di Malfatti, etc.) secondo i metodi della geometrografia di Lemoine con la misura della semplicità e dell'esattezza di una costruzione (numero delle volte che vengono ripetute certe operazioni elementari) e secondo la ciclografia di Fiedler, che prende a rappresentanti dei cerchi del piano i punti che si trovano da una determinata banda del piano ed hanno per proiezioni ortogonali i centri dei rispettivi cerchi e per distanze dal piano i loro raggi. Il capitolo termina con un cenno sulla geometria del compasso di Mascheroni.

* * *

Nel Cap. IV (il piano tetraciclico) s' introducono le coordinate tetracicliche di un punto (quattro numeri non tutti nulli aventi per somma dei loro quadrati lo zero) nelle quali l'equazione di un cerchio diviene lineare: i teoremi che con esse si ottengono sono invarianti rispetto al gruppo delle inversioni. Lo studio delle cicliche (luogo dei centri o vertici dei cerchi nulli in una congruenza quadratica) segue parallelamente lo studio della quartica intersezione della quadrica fondamentale di S_3 e della quadrica rappresentativa della congruenza: quì non si può a meno di ricordare l'elegantissima opera del Darboux « Sur une classe remarquable de courbes et de surfaces ».

* * *

I cap. V, VI e VII, relativi alla sfera nella geometria elementare, in coordinate cartesiane e in coordinate pentasferiche, sono ricalcati sugli analoghi I, II e IV per il cerchio: la parte generale relativa alla sfera è meno interessante dell' analoga per il cerchio; in compenso si ha maggior allettamento per lo studio delle ciclidi per il quale sono fondamentali due noti lavori del Loria e del Segre (oltre a quello del Darboux già ricordato): ma con essi, in fondo, si esce dalla geometria della sfera.

* * *

Nel § 1 del Cap. VIII (Trasformazioni di cerchi) il Coolidge dà lo spunto ad una interessante ricerca delle trasformazioni algebriche biunivoche di cerchi di un piano, in cerchi (con la condizione che cerchi nulli si mutino in cerchi nulli); e trova che il loro gruppo è semplicemente

Digitized by Google

isomorfo con quello delle trasformazioni cremoniane del piano cartesiano: ciò perchè, servendosi della rappresentazione spaziale, una trasformazione cremoniana di S_3 che lasci fissa una quadrica è individuata dalla trasformazione cremoniana indotta sulla quadrica stessa.

Se la trasformazione è proiettiva si hanno le trasformazioni circolari (che mutano punti di un cerchio in punti di un cerchio): si scende così attraverso la rappresentazione di Gauss, nel campo elementare che risulta dalla considerazione della proiettività fra due forme complesse di prima specie, quindi la distinzione in trasformazioni paraboliche e non paraboliche e la suddivisione di queste ultime in iperboliche, ellittiche e lossodromiche in accordo con i valori degli invarianti (modulo e argomento dell' invariante della proiettività).

Termina il capitolo la ricerca dei gruppi reali continui di trasformazioni circolari a 5 parametri (non ne esistono) a 4 parametri (aventi un punto fisso) a 3 parametri (non integrabili, con un cerchio fisso; integrabili o di Newson, con un punto fisso e nei quali le traiettorie dei punti sono spirali logaritmiche) a 2 parametri (con 2 punti fissi, o con un cerchio reale fisso e un punto su di esso) e ad 1 parametro (gruppi lossodromici, iperbolici, ellittici e parabolici).

Anche quì il cerchio è preso un po' a prestito perchè si tratta piuttosto (come rileva lo stesso A. esplicitamente) dei gruppi di collineazioni che lasciano invariante una quadrica reale a punti ellittici di S_3: la classificazione è fatta in base a due lavori del Fano e dell'Amaldi dei quali l'applicazione quì fatta può essere una esemplificazione.

Il Cap. IX dà uno schizzo dell'analoga teoria per le trasformazioni sferiche; naturalmente in luogo della variabile complessa conviene introdurre, come sempre in questioni di geometria ellittica a tre dimensioni, i quaternioni di Hamilton.

* * *

Il Cap. X è dedicato al cerchio orientato nel piano. La posizione naturale del problema consiste nel considerare il cerchio come inviluppo di rette orientate: le nozioni di potenza di una retta orientata rispetto ad un cerchio orientato, di distanza tangenziale di due cerchi orientati, di inversioni di Laguerre si presentano allora spontaneamente come duali delle analoghe per il cerchio considerato luogo di punti. Lo studio delle trasformazioni di Laguerre (che mutano cerchi orientati in cerchi orientati conservando le distanze tangenziali) può avviarsi sia riportandosi all'ima-

Digitized by Google

gine spaziale con una proiezione minima (consistente nel prendere come rappresentante di un cerchio orientato il punto di S_3, per il quale passano tutt' i piani isotropi di una determinata serie contenenti le tangenti del cerchio) sia considerando dette trasformazioni come caso di quelle equilunghe di Scheffers (rappresentate da funzioni analitiche di variabili duali). Come nel Cap. VIII per le trasformazioni circolari, si classificano le trasformazioni di Laguerre in base agli invarianti (due) in tipi analoghi a quelli prima ottenuti (da aggiungere le così dette trasformazioni parallele, dovute alla degenerazione della quadrica fondamentale) e poi i gruppi di trasformazioni di Laguerre ad n ($\leqq 5$) parametri.

Appunto per la degenerazione dell'assoluto il gruppo di Laguerre corrisponde (con la proiezione minima) al gruppo misto dei movimenti e delle riflessioni di un S_3 euclideo; il Blaschke, in una memoria di cui è fatto largo uso nel volume, introduce anche il gruppo continuo G_7 (di Laguerre esteso) corrispondente a quello delle affinità spaziali.

Alle cicliche del gruppo delle inversioni corrispondono le curve ipercicliche definite in S_3 in modo duale (nel 1° caso attraverso la proiezione stereografica, in quello attuale attraverso la proiezione minima) formanti corpo rispetto al G_7: conviene per questa parte leggere direttamente il Blaschcke ov' è trattata esaurientemente la divisione delle ipercicliche in famiglie, la loro generazione etc.

Altrettanto dicasi per l'ultimo paragrafo di questo capitolo ove si studia il cerchio in rapporto al gruppo G_{10} delle trasformazioni di contatto orientate rispetto alle quali i cerchi orientati formano corpo. Interessante la trasformazione di cerchi di Smith corrispondente ad una inversione nello spazio di sfere.

Il Cap. XI è intessuto su un canevaccio analogo: vi è anche un breve resoconto sulle trasformazioni di Lie di rette in sfere orientate.

* * *

Sorvolo sul cap. XII (cerchi ortogonali ad una sfera) per passare al successivo cap. XIII (sistemi algebrici di cerchi nello spazio) al quale serve di preparazione: si tratta di cose elementari che, secondo me, si potrebbero sopprimere o includere nel cap. XIII come casi particolari.

Messi in rapporto lo spazio pentasferico di sfere e lo spazio proiettivo S_4 con una quadrica (rappresentante la totalità delle sfere di raggio nullo) è naturale assumere per coordinate di un cerchio le coordinate plückeriane della retta rappresentativa: è quel che han fatto lo Stephanos e poi

Digitized by Google

il Koenigs, il Cosserat etc. Sono da rilevare in questa parte generale le due interpretazioni geometriche dell' invariante di Koenigs per due cerchi; quella del Coolidge come prodotto dei coseni di due angoli che hanno per corrispondenti in S_4 le distanze non euclidee delle due rette rappresentatrici (nella metrica che la quadrica determina nel loro S_3); e quella del Barrow come coseno di un solo angolo il cui rappresentante, meglio che in S_4, si trova nello S_9 contenente la varietà di Grassmann dei cerchi di S_3 (o delle rette di S_4) quando per definire la metrica in esso si assuma la quadrica cui appartengono i cerchi nulli) (somma dei quadrati delle coordinate plückeriane $= 0$).

Il materiale di questo capitolo è fornito dalla famosa configurazione di Stephanos (pentaciclo) collegata a noti lavori del Segre e del Castelnuovo sulla geometria proiettiva di S_4 e in particolare alla varietà cubica con 10 punti doppi; dalla teoria dei sistemi lineari di cerchi in S_3 o di rette in S_4 trattata contemporaneamente, dal Cosserat e dal Castelnuovo; e dalla traduzione di altri lavori di geometria proiettiva, dovuti pure in gran parte alla scuola italiana, su sistemi non lineari di cerchi.

L'A. termina il capitolo con l'esposizione di una trasformazione di cerchi in cerchi, da lui trovata, che non muta sfere in sfere.

In S_4 può esporsi così: sia data una retta r; ad una retta generica p associamo la retta p' intersezione dello S_3 $(r\,p)$ con il piano polare di p rispetto alla quadrica; la relazione fra p e p' è involutoria.

L' A. suggerisce lo studio delle trasformazioni di cerchi in cerchi che non siano necessariamente di sfere in sfere: è evidente che si tratta delle trasformazioni puntuali di quella varietà di Grassmann cui s'è accennato o, se si vuole che la trasformazione conservi i cerchi nulli, della intersezione di detta varietà con una quadrica.

La trasformazione del Coolidge *non* è di quest'ultimo tipo; non sarebbbe difficile vedere p. es. che con essa i cerchi nulli di una sfera reale si mutano in ∞^2 cerchi di ∞^1 ciclidi di Dupin i cui piani di simmetria formano fascio.

* * *

Il cap. XIV tratta del cerchio orientato nello spazio ed è dovuto, come avverte l'A., a ricerche del Coolidge e del Barrow suo scolaro.

Si definisce il cerchio orientato partendo da un cerchio *come luogo di punti* e assegnando un ordine nella scelta dei suoi fuochi.

Il primo paragrafo contiene le proprietà proiettive della varietà V_6^{10} di S_{10}

Digitized by Google

su cui si possono rappresentare i cerchi orientati, e il 2^0 paragrafo le proprietà dei sistemi lineari di tali cerchi (che danno nuove proprietà delle cicliche e delle ciclidi di Dupin) e infine il 3^0 la rappresentazione dei punti complessi di S_3 mediante i suoi cerchi reali orientati.

Le alterazioni prodotte dalla nozione di orientamento di un circolo nello spazio sono—a quanto osserva il Coolidge—assai minori di quelle che si hanno con l'introduzione del concetto analogo per il cerchio nel piano o per la sfera.

Ed aggiunge: « La ragione di ciò sta nel fatto che mentre il cerchio « non orientato nel piano è considerato come luogo di punti e quello « orientato come inviluppo (di rette orientate), e si han perciò gruppi « nettamente distinti di trasformazioni, sembra impossibile nel caso presente « trattare con vantaggio il cerchio orientato nello spazio altrimenti che « come luogo di punti e soggetto al gruppo delle trasformazioni sferiche ».

A me pare che tale impossibilità non solo non esista, ma che, salvo i necessarî complementi, si trovi già il germe di tale trattazione per i cerchi reali in un lavoro di W. Blaschke (1). Voglio pertanto accennarvi.

Preso un cerchio (reale o complesso) in un piano la proiezione minima fa corrispondere ad ogni tangente orientata di esso uno dei due piani isotropi per essa: questi piani passano tutti per un punto. Ora si prenda questo come primo fuoco di un cerchio (reale) in S_3 (è il cerchio reale contenuto nella sfera nulla avente centro in quel punto): ad ogni cerchio (reale o complesso) di un piano si fa così corrispondere un cerchio reale orientato nello spazio.

Ad ogni piano isotropo nominato associamo con una data orientazione la retta reale (*unica*) che vi giace (Speere); l'insieme di quelle ∞^2 rette reali (Speergarbe) si dispone secondo le generatrici (orientate) dei due sistemi degli ∞^1 iperboloidi rotondi confocali aventi il cerchio detto, orientato, come una delle coniche focali: l'altra è l'asse del cerchio (che appartiene doppiamente al sistema, cioè con le due orientazioni).

Risulta evidente di qua che *per considerare il cerchio orientato in* S_3 *come inviluppo bisogna associare ad esso tutte le* ∞^2 *rette della Speergarbe.*

Chiamiamo queste rette *pseudo-tangenti* al cerchio (riservando il nome di tangenti alle ordinarie tangenti).

---

(1) *Zur Geometrie der Speere in Euklidischen Raume.* Monatshefte für Mathematik und Physik — XXI Jahrgang (1910); p. 201-308.

Digitized by Google

Se, col Blaschke, per rappresentare il piano isotropo,

$$u_0 + u_1 x_1 + u_2 x_2 + u_3 x_3 = 0$$
$$u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 0 ,$$

o la retta reale in esso giacente con una determinata orientazione prendiamo le coordinate T, t definite da

$$u_0 : u_1 : u_2 : u_3 = -2iT : (1 - t^2) : i(1 + t^2) : -2t$$

l'equazione della Speergarbe, cioè del cerchio reale orientato, considerato come inviluppo delle sue pseudo-tangenti, avente un fuoco in

$$x_1 = \xi_1 + i\eta_1 \quad , \quad x_2 = \xi_2 + i\eta_2 \quad , \quad x_3 = \xi_3 + i\eta_3$$

è

$$T + A + 2Bt + Ct^2 = 0 \tag{1}$$

con

$$x_1 = -i\,(A - C) \quad ; \quad x_2 = -(A + C) \quad , \quad x_3 = 2iB .$$

Gli elementi geometrici relativi al cerchio sono: coordinate del centro (ξ_1 , ξ_2 , ξ_3); quadrato del raggio

$$L^2 = \eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2 ;$$

equazione del piano del cerchio

$$\sum_1^3{}_e \eta_e X_e = \sum_1^3{}_e \xi_e \eta_e :$$

coordinate dell'asse con le due orientazioni

$$t = \frac{\bar{C} - A}{2\beta_1 \pm L}$$ ($\bar{C}$ complesso coniugato di C; β_1 parte reale di B),

mentre T si ricava dalla (1). Se poi dall'insieme delle pseudo-tangenti (1) volessimo estrarre le tangenti bisognerebbe aggiungere la condizione

$$A\bar{t} + \bar{A}t - (B + \bar{B})\,(t\bar{t} - 1) - (Ct + \bar{C}\,\bar{t}) = 0 \cdot \tag{2}$$

che esprime l'incidenza della retta (T, t) di (1) con una infinitamente vicina, il che caratterizza le tangenti.

Però questa condizione *non* è invariante rispetto alle trasformazioni che mutano una Speegarbe in una Speegarbe: quindi è impossibile prescindere dalla considerazione delle pseudo-tangenti nel cerchio considerato come inviluppo.

Si estende alle pseudo-tangenti la nozione di punto di contatto. Se, per evitare confusioni, diciamo punto d'incidenza di una pseudo-tangente il

Digitized by Google

punto in cui incide il piano del cerchio, esso risulta (per un'osservazione del Blaschke) piede di tutte le rette di minima distanza fra la pseudo-tangente e quelle infinitamente vicine.

Due cerchi orientati hanno sempre in comune due pseudo-tangenti; se queste coincidono, coincidono anche i loro punti d'incidenza (i due cerchi possono dirsi pseudo-tangenti); etc.

Si ha un' analogia perfetta fra la rappresentazione analitica dei cerchi complessi in S_2 e quella dei cerchi reali in S_3 adoperando anche nel piano un sistema di coordinate per le rette orientate di cui si è servito il Blaschke. (1)

Rimangono così senz'altro definite in S_3, senza bisogno di trascrivere le formole, la potenza di una retta reale rispetto ad un cerchio, la distanza tangenziale di due cerchi (che si annulla appunto quando sono pseudo-tangenti), etc., e così anche i gruppi di trasformazione rispetto alle quali i cerchi orientati reali di S_3 formano corpo.

Ancora: si presentano tra le più semplici configurazioni i sistemi lineari di cerchi orientati nello spazio (assunte A, B, C, nella (1) come coordinate di un cerchio) e le congruenze che potrebbero dirsi ipercicliche, date analiticamente, con le coordinate di cui si è fatto cenno, dalla stessa equazione degli ipercicli nel piano e rappresentanti in modo reale le tangenti complesse di questi.

* * *

Il cap. XV è dedicato alla geometria differenziale del cerchio nello spazio, di cui qualche spunto si trova già in alcuni dei capitoli precedenti.

Il cerchio vien considerato come punto della varietà di Grassmann V_6^5 in S_9; vecchio artificio già usato dal Cosserat: bisogna però dire subito ch' esso si rende veramente efficace solo dopo l' indirizzo dato dal Prof. Segre alla geometria proiettivo-differenziale degli iperspazi con una Memoria, fondamentale in questo campo, del 1910 e già prima, nel 1907-08 in occasione di un corso sulla geometria della retta.

Il contenuto del primo paragrafo è tratto da due lavori del Moore: i metodi della geometria proiettivo-differenziale permetterebbero uno studio molto più approfondito.

---

(1) Blaschke, *Untersuchungen über di Geometrie der Speere in der Euklidischen Ebene* (Monatshefte f. Math. u. Physik. XXI, Jahrgang, 1910; pag. 3-60; § 11).

Digitized by Google

I tre paragrafi successivi sono dovuti quasi interamente al Coolidge, almeno per il metodo di trattazione. Nel primo di esso si studiano con una rappresentazione parametrica le congruenze (∞^2) di cerchi: le congruenze focali (per ogni cerchio esistono due sfere contenenti ciascuna un altro cerchio del sistema), le congruenze normali o cicliche (quindi i teoremi di Ribaucour) le congruenze degli assi e dei piani dei cerchi e le rispettive superficie focali e inviluppi; vi si trovano, dimostrati in altro modo, teoremi del Darboux e del Bianchi insieme a risultati nuovi.

Nel § 3 è esposto l'analogo del metodo di Kummer per le congruenze di cerchi studiate in base a tre forme quadratiche. Insieme alla congruenza di cerchi sono considerate le superficie luoghi dei loro fuochi: se nella rappresentazione che si stabilisce tra esse, considerando corrispondenti i fuochi di uno stesso cerchio, si corrispondono uno o tutt' e due i sistemi di linee isotrope la congruenza si dice semi-conforme o rispettiv. conforme; se si corrispondono le linee di curvatura e la congruenza è focale è pseudo-normale: ad una tale congruenza si può associare una congruenza normale di cerchi le cui intersezioni con due superficie normali sono i fuochi dei cerchi della congruenza data: proprietà varie di queste configurazioni che riconducono talvolta su teorie classiche.

Il § 4 dà uno sviluppo analogo, sebbene più limitato, del metodo di Kummer per i complessi dei cerchi.

***

Ecco così esaminata, forse con troppa minuzia, l'opera del Coolidge: la materia in essa contenuta è tanta che non mi è parso possibile sorvolare maggiormente sui dettagli.

L' A. vi ha raccolto teorie affatto diverse, ha cercato, fin dove si può, di coordinarle (seguendo anche, in fondo, la loro successione storica) di uniformizzarle, le ha accompagnate con numerose citazioni; sicchè si ha un quadro completo dei vari indirizzi geometrici che si sono avvicendati in questo campo.

Alla fine di ogni capitolo si trovano dubbi, accenni e suggerimenti a nuove ricerche: il che costituisce una simpatica novità rispetto al tipo classico del trattato, nel quale le teorie sogliono essere esposte in veste dI completezza e di perfezione.

E. Bompiani.

Digitized by Google

ANALISI

P. BOUTROUX. *Les principes de l'Analyse mathématique. — Exposé historique et critique.* T. I. (p. XI-547): *Les nombres. — Les grandeurs. — Les figures. — Le calcul combinatoire. — Le calcul algébrique. — Calcul des fonctions. — L'algèbre géométrique;* 1914. T. II. (p. 512): *La géométrie algébrique. — Extension de l'Algébre et constructions logiques. — Extensions de l'Algèbre: les développements en séries. — La Méthode analytique en Mathématiques. — Analyse Infinitésimale. — Analyse des principes mathématiques. — Analyse de la notion de fonction;* 1919 8° Paris, A. Hermann e Fils.

Scrivere un'opera destinata tanto a futuri professori di matematica quanto a giovani desiderosi di completare un'educazione prevalentemente intuitiva e tecnica ed a filosofi attratti verso le scienze, sembra problema a condizioni fra loro antagonistiche, non dissimile da quello che sarebbe di procedere ad un tempo verso destra e verso sinistra. Tuttavia le difficoltà dell'impresa non scoraggiarono il giovane e già ben noto matematico francese, che non ha guari abbandonò l'università di Poitiers per quella di Princeton. Se egli abbia raggiunto l'intento, soddisfacendo le varie categorie di lettori di cui egli si preoccupava scrivendo, spetta ad essi dichiarare, non a noi che non apparteniamo ad alcuna di esse. A noi invece corre l'obbligo constatare che, compiuta la piacevole lettura dei volumi postici sott'occhio avvertimmo di avere ricevuta una impressione analoga a quella che produce un grandioso edificio, architettato con criteri originali, ma costituito di materiali già più volte usati, cementati con metodi insoliti. Quali siano i temi trattati risulta dai titoli completo che portano i volumi del Boutroux e che noi abbiamo trascritti; essi sono tanto vari ed interessanti che la lettura dell'opera sottoposta al nostro esame, secondo noi, va consigliata ad una classe di persone a cui il Boutroux sembra non pensasse, cioè ai matematici desiderosi di assistere ad una rapida rassegna di tutte le teorie matematiche moderne, onde essere edotti dello stato attuale e delle scambievoli relazioni fra queste ed essere avvertiti dei punti in cui la loro coltura ha bisogno di complementi e ritocchi. Tale ufficio complementare è disimpegnato egregiamente dai volumi di cui ci occupiamo, sia grazie allo stile brillante in cui sono scritti, che per il loro indirizzo storico-critico, reso palese tanto dalle frequenti conside-

Digitized by Google

razioni generali, quanto dalle citazioni esatte di opere classiche, di cui anzi sono sovente riferiti passi importanti o frasi ghiotte.

Certamente non tutte le pagine scritte dal Boutroux hanno eguali pregi; anche se non lo si sapesse da altra fonte, si vedrebbe dalla lettura di esse, che egli è assai più famigliare con le dottrine dell'analisi che con lo stato attuale della geometria; chè, ad esempio, non possiamo lasciare senza protesta l'asserzione « la géométrie (est) devenue aujourd'hui une simple application de l'Analyse » (Préf. p. IX) e l'opinione (v. T. II, p. 33 e 92) che tutte le curve gobbe sono intersezioni complete di superficie; altri passi mostrano che riguardo alla geometria così detta superiore egli si trova al livello, oggi tanto sorpassato, in cui erano Poncelet, Chasles e loro seguaci; a provarlo basta citare il passo relativo ai punti immaginari (T. II, p. 173). Un altro punto che non lascia pienamente soddisfatti è quanto concerne la generalizzazione successiva dell'idea di numero, chè ad es. (T. II, p. 143) che cosa significa la scrittura i^2 dal momento che il nuovo ente aritmetico i non si sa sottoporre alle operazioni ordinarie dell'aritmetica ?

L'autore mostra possedere attitudini preziose e purtroppo assai rare per la storia della scienza, onde non è destituita di fondamento la speranza che egli in avvenire vi consacri buona parte della sua energia a questo trascuratissimo ramo dello scibile. Di esse fa fede l'Appendice contenente « Notes cronologiques et historiques sur les principaux mathématiciens antérieurs à l'époque contemporaine qui sont cité au cours de l'ouvrage ». Riguardo alle notizie ivi contenute o date altrove nel T. II ci siano lecite, finendo, poche osservazioni di dettaglio:

Pag. 147: Bisognerebbe aggiungere il nome di Wessel fra coloro che concepirono la rappresentazione geometrica dei numeri complessi.

Pag. 268: B. Cavalieri non fu gesuita ma appartenne all'ordine dei Gesuiti.

Pag. 481: Il Favaro ha dimostrato che il matematico Tartaglia non ha mai portato il cognome Fontana.

Pag. 481: Fra le benemerenze di Monge non vanno dimenticati i suoi fondamentali contributi alla geometria differenziale.

Pag. 482: L'anno di morte di Galois è il 1831.

G. L.

Digitized by Google

DIDATTICA

The Training of Teachers of Mathematics for the secondary Schools of the Countries represented in the International Commission on the Teaching of Mathematics by RAYMOND CLARE ARCHIBALD *with the Editorial Coopoeration of* D. E. SMITH, W. F. OSGOOD, J. W. A. YOUNG; volume in 8° di pagine 288, costituente il N. 217 del *Bulletin, 1917, of Departement of the Interior, Bureau of Education*, U.S.A. Washington, Government Printing Office, 1918.

La questione della preparazione dei futuri insegnanti nelle pubbliche scuole (specialmente nelle scuole medie) è una delle più gravi che si conoscano, dipendendo dalla risoluzione di essa l'avvenire dell'umanità; se in Italia non ha peranco trovata una soluzione soddisfacente, anche negli altri paesi civili è una di quelle attorno cui uomini di studio ed uomini di governo spendono assidui studi, senza però giungere, in generale, ad alcuna soluzione che riscuota la generale approvazione. In tale stato di cose riesce della massima utilità e possiede cospicuo interesse l'esaminare e confrontare i programmi d'insegnamento che, nei vari paesi del mondo, furono adottati per coloro che aspirano ad un posto nella pubblica istruzione. Tale è appunto lo scopo che si è proposto, e si può dire raggiunse, l'A. del volume che annunziamo, nel quale è fatto uno spoglio accurato dei documenti pubblicati dalle varie sotto-commissioni della Commissione internazionale d'insegnamento fondata a Roma nel 1908. Essi si riferiscono ai seguenti paesi: Austria, Belgio, Danimarca, Inghilterra, Finlandia, Francia, Germania, Ungheria, Giappone, Olanda, Rumenia, Russia, Svezia, Svizzera e Stati Uniti; ad ognuno di essi è consacrato uno dei primi diciotto Capitoli del volume in esame, mentre nell'ultimo sono compendiati le notizie antecedentemente date; alcune Appendici porgono informazioni complementari intorno ai problemi proposti in Inghilterra, in Francia, in Germania ed in Giappone nelle più importanti pubbliche prove relative alle matematiche.

Le recenti vicende politiche, le quali hanno radicalmente modificato la struttura di alcuni degli stati di cui parla il prof. Archibald, obbligano a considerare alcune informazioni da lui offerte come relative ad un'epoca già tramontata, ma ciò non diminuisce in alcun modo il cospicuo valore informativo di un'opera a cui si dovrà ricorrere per conoscere tutto quanto

Digitized by Google

concerne le condizioni culturali ed economiche della nobile classe degli insegnanti; possa la lettura di esse accelerare la soluzione di questioni di carattere urgente!

G. L.

Formole empiriche

THEODOR R. RUNNING, *Empirical Formulas.* (N. 19 della collezione *Mathematical Monographs edited by M.* MERRIMAN *and* R. S. WOODWARD). New York, J. Wiley & sons, 1917. 8. p. 144.

Per seguire lo svolgersi di un fenomeno fisico, fisiologico, economico, astronomico, ecc. in cui entrano due variabili (p. es. il variare della pressione barometrica al mutare dell'altezza, la temperatura di un paziente, ecc.) è diffusissima abitudine fra gli investigatori moderni il rappresentare quelle variabili col mezzo delle coordinate cartesiane di un punto del piano, chè allora il risultante del diagramma porge *ad oculo* un'idea assai chiara dello svolgersi di quel fenomeno. Ora se la curva risultante si potesse rappresentare mediante un'equazione fra le scelte coordinate, si sarebbe *ipso facto* ottenuta la legge che governa il fenomeno di cui è parola. Metodi sicuri per effettuare tale importantissimo passaggio non si conoscono e forse anche non esistono dal momento che curve di natura diversissima (come ad es. la parabola e la catenaria) hanno forme somiglianti ssime; ma per renderlo possibile una procedura che si presenta come assai conveniente è quella di offrire all'investigatore una raccolta di figure, accuratamente delineate, di curve rappresentate da equazioni che possano presumersi capaci di rappresentare leggi della natura. Un ajuto di tal fatta è offerto dall'opera a cui è consacrato il presente articolo. Infatti, sono in essa studiate, dal punto di vista topologico e disegnate con gran cura, le curve rappresentate da equazioni dei seguenti tipi:

$$a+bx+cx^2+\cdots+qx^2=y,\ \text{o}\ \frac{1}{y}\ \text{o}\ y^2\ ;\quad a+\frac{b}{x}+\frac{c}{x^2}+\cdots+\frac{q}{x^n}=y$$

$$y=ab^x,\ y=a+bc^x,\ \log_2 y=a+bc^x,\ y=10^{a+bx+cx^2},\ y=ks^xg^{d^x},$$

$$y=\frac{x}{a+bx+cx^2},\ y=ax^b,\ y=a+b\log x+c\log\log x,\ y=a+bx^c,\ y=a\cdot 10^{b^{x^c}}$$

$$(x+a)(y+b)=c,\ y=a\cdot 10^{\frac{b}{x+c}},\ y=ae^{cx}+be^{dx},\ y=e^{ax}(c\cos bx+d\operatorname{sen} bx),$$

$$y=ax^c+bx^d,\ y=ax^bc^x$$

$$y=a_0+a_1\cos x+a_2\cos 2x+\cdots+a_r\cos rx+b_1\operatorname{sen} x+$$
$$b_2\operatorname{sen} 2x+\cdots+b_r\operatorname{sen} rx.$$

Digitized by Google

Tale è la materia trattata nei primi cinque Capitoli dell'opera in esame; negli ultimi tre poi sono esposti i primi elementi del Metodo dei minimi quadrati, dell'Interpolazione e dell'Integrazione approssimata. In un *Appendice* sono raccolti i diagrammi che, rappresentano le curve che si ottengono da una funzione espressa da una serie quando questa viene arrestata successivamente ad uno, due, tre, ecc. termini, oppure quando si varia una delle costanti che entrano nell'espressione di una data funzione.

Da questo breve riassunto emerge di quanta utilità può riuscire l'opera del prof. Running ai cultori delle scienze di applicazione. Per accrescerla desidereremmo che in una ventura edizione fossero trattate le analoghe questioni in coordinate polari e ciò perchè in gran numero di casi queste riescono assai più giovevoli delle cartesiane, e fosse inoltre fatto cenno degli artifici in uso per rappresentare geometricamente i fenomeni che dipendono da tre variabili legate fra loro dalla relazione che si tratta appunto di stabilire.

G. L.

Meccanica applicata

E. FLAMARD. *Calcul des systèmes élastiques de la construction* (*Encyclopèdie industrielle fondée par* M. C. LECHALAS) 8° p. VI + 290. Paris Gauthier Villars, 1918.

L'A. per il calcolo dei sistemi elastici ricorre alla nozione del lavoro di deformazione e dedica la prima parte dell'opera allo studio dei teoremi fondamentali relativi alle derivate del lavoro e al minimo lavoro, teoremi che egli, riferendosi anche ai risultati teorici messi in evidenza da M. Bertrand de Fontviolant nella sua Memoria su *Les déformations élastiques des pièces et systèmes à fibres moyennes planes ou gauches*, espone in modo alquanto diverso dal Castigliano, riunendo in un solo enunciato spostamenti lineari e rotazioni.

Nei libri successivi l'A. passa alla risoluzione dei sistemi iperstatici coll'applicazione dei ricordati teoremi, i quali richiedono laboriosi, se non complessi, sviluppi algebrici. E precisamente nel libro 2° considera il caso della trave incastrata agli estremi, per la quale dà due metodi di calcolo, prendendo come incognite iperstatiche una volta i momenti nei due incastri, ai quali sostituisce appoggi semplici; un'altra volta la reazione finita ed il momento in uno degli incastri, sostituendo alla trave data una mensola. L'uno e l'altro metodo di calcolo viene dall'A. applicato sia al caso di

Digitized by Google

trave con carichi ripartiti uniformemente che con carichi concentrati. In un ultimo capitolo di questa parte risolve il caso della trave continua soggetta a carichi concentrati.

Il 3° libro riguarda le travi ad arco soggette a carichi uniformemente ripartiti od a carichi concentrati, e, analogamente a quanto è stato fatto nel libro precedente per le travi prismatiche, risolve l'uno e l'altro caso con due metodi, cioè una volta liberando l'uno da uno degl'incastri ed assumendo come quantità iperstatiche i tre parametri della corrispondente reazione (spinta orizzontale, reazione verticale, momento), un'altra volta sostituendo agl'incastri una cerniera ed un carrello di dilatazione, ed assumendo come incognite la spinta orizzontale ed i due momenti d'incastro.

Nel 4° libro infine è trattato il problema dei sistemi reticolari iperstatici o per sovrabbondanza di vincoli o per sovrabbandanza di aste o per la concomitanza delle due cause, dedicando l'ultimo capitolo ai sistemi combinati e precisamente allo studio di una capriata triangolare con puntoni caricati su tutta la loro lunghezza da carichi concentrati o ripartiti, e riuniti al piede con una catena.

E. Casati.

Teoria dei Gruppi.

Luigi Bianchi, *Lezioni sulla teoria dei gruppi continui finiti di trasformazioni.* 8°, pag. VI-590. Pisa, Spoerri, 1918 (Prezzo L. 25).

La previsione da noi fatta e il voto da noi manifestati quando queste *Lezioni* apparvero litografate (v. questo *Bollettino*, T. VII, 1904, p. 66) trovano nel volume che oggi annunziamo la loro piena soddisfazione, chè noi augurammo che esse si presentassero al pubblico, invece che in modesta veste litografica, come volume stampato, in cui trovasse posto almeno qualcuna delle applicazioni geometriche della teoria dei gruppi di trasformazioni. A quanto dicemmo allora nulla troviamo da mutare; a comodo del lettore aggiungiamo l'Indice dei Capitoli dei quali si compone la bellissima opera dell'illustre professore dell'università di Pisa:

Cap. I. Teorie ausiliarie. — Cap. II. Primi principii della teoria dei gruppi continui. — Cap. III. I tre teoremi fondamentali della teoria dei gruppi continui. I gruppi misti. — Cap. IV. Equazioni di definizione di un gruppo G. Ordini delle trasformazioni infinitesime. — Cap. V. Funzioni e varietà invarianti rispetto ad un gruppo. Gruppi transitivi ed intransitivi. Gruppi

Digitized by Google

imprimitivi. Gruppi sistatici ed asistatici. — CAP. VI. Serie invarianti di trasformazioni infinitesime. Sottoguppi invarianti e serie di composizione di un gruppo. Gruppi integrabili. — CAP. VII. Gruppo aggiunto. Ricerca dei sottogruppi di un gruppo. — CAP. VIII. Prime ricerche sulla simiglianza dei gruppi. Trasformazioni permutabili con tutte le trasformazioni di un gruppo. Gruppi semplicemente transtivi reciproci. — CAP. IX. Isomorfismo dei gruppi. Gruppi parametrici. Risoluzione generale del problema di riconoscere la simiglianza dei gruppi. — CAP. X. Gruppi ampliati o prolungati. Invarianti differenziali. — CAP. XI. I gruppi continui finiti sopra una e sopra due variabili. — CAP. XII. Applicazioni della teoria dei gruppi continui finiti ai problemi d'integrazioni delle equazioni differenziali. — CAP. XIII. Applicazioni alla teoria degli spazi pluridimensionali con gruppi continui di movimenti. G. L.

STORIA

PAOLO REVELLI. *Un maestro del Lagrange: Filippo Antonio Revelli* (1716-1801). Genova, Tip. Oliveri, 1918. 8° p. 34 (col ritratto del protagonista e due fac-similes).

Con grande dottrina e caldo cuore vengono nel presente opuscolo ricordate le vicende della vita e le benemerenze in pro della cultura della famiglia Revelli, nel centro della quale campeggia colui a cui la sorte concesse la singolare ventura di dirigere il più grande matematico che abbia prodotto l'Italia sulla via che doveva condurlo alla gloria (1).

Alieno dalla pubblicità, forse egli nulla avrebbe dato alle stampe ove nel 1772 non fossero apparsi in Venezia, in italiano ed in latino, i *Nuovi elementi di matematiche universali*, composti con note tratte dalle sue lezioni; si decise allora di pubblicare col proprio nome gli *Elementi dell'aritmetica universale e della geometria piana e solida* (Torino, 1778). Questa opera, non priva di vedute originali, ebbe l'onore di una seconda

(1) « Probabilmente », scrive l'A. « appunto le lezioni universitarie di Filippo Antonio contribuirono a far sì che il giovane studente (Lagrange) scoprisse più rapidamente in sè stesso la vocazione per le scienze esatte, abbandonando Cicerone e Virgilio studiati sotto la guida del canonico Guenz, la logica appresa dal P. Vacco, la filosofia morale del P. Gerdil, futuro Cardinale, e gli stessi studi legali che nel 1752 gli procuravano il titolo di « Maitre - ès — arts pour le Droit ».

Digitized by Google

edizione (1788), non curata dall'autore, il quale nel frattempo aveva lasciata la cattedra dell'Università di Torino per l'ufficio di uditore alla Camera dei Conti. Auguriamo che l'esauriente lavoro dedicato dall'egregio professore di geografia dell'Ateneo genovese al suo eminente antenato faccia sì che il nome di questo ottenga il posto che gli spetta nella storia della matematica e nelle collezioni biografiche relative alla patria nostra.

G. L.

Pubblicazioni recenti sulla Storia della Matematica

SILVIO MAGRINI, *Joannes de Blanchinis Ferrariensis e il suo carteggio scientifico col Regiomontano 1463-64.* Atti e Memorie della Deputazione Ferrarese di Storia Patria Vol. XXII, 1916.

Questo lavoro, scritto prima della guerra e finito di stampare mentre essa non era peranco chiusa, concerne una distinta personalità matematica di cui non si conoscono con certezza nè le località ove nacque e morì, nè le date estreme dell'esistenza; è noto soltanto che visse alla corte di Ferrara e godette in patria ed all'estero di fama di dotto astronomo. L'A. raccoglie nell'esordio di questa pubblicazione quanto può illustrarne le benemerenze scientifiche e poi dà in luce il carteggio scambiato fra lui ed il Regimentano, quale si conserva nella biblioteca di Norimberga e che era stato dato alle stampe da G. T. de Mürr, nel 1786, in un'opera estremamente rara; alcune pagine del Bianchini sono anche riprodotte con procedimento fotomeccanico.

CARRA DE VAUX, *Notes sur l'histoire des sciences.* Journal Asiatique, Novembre-Décembre 1918.

I. *Mauristos* (ha realmente esistito un pensatore greco di tal nome, come farebbero credere alcuni testi arabi?) II. *Pulisa* (questo astronomo greco è forse da identificarsi a Tolomeo). III. *Le Karastoun* (ha esistito uno scienziato al nome Hériston?). IV. *La numeration par signes.* V. *La sémantique calculer-jeter.* VI. *Sens du mot gobar. La règle des buveurs* (la regula potatorum ci verrebbe dalla Persia). VIII. *Le double sens du mot cifra* (cifra nel senso di zero proviene dal vocabolo *safira*, mentre nel significato comune deriva da *safara*). IX. *La suspension à la Cardan* (è un'invenzione antica che ci pervenne per il tramite dei Persiani).

Digitized by Google

CARRA DE VAUX, *Sur l'origine des chiffres*. Scientia, Aprile 1917.

Le conclusioni a cui giunge l'A. sono: 1. La notizia secondo cui le cifre oggi in uso provengono dall'India è puramente leggendaria e di origine persiana. 2. Una confusione si è prodotta a cagione del vocabolo *hind* annesso a dette cifre; mentre lo si è interpretato come se fosse *hind* India, in realtà è una forma di *ènd*, che significa misura aritmetica o geometria. 3. La forma di dette cifre non proviene da lettere; tali caratteri sono di origine neo-platonica ed erano noti nelle scuole persiane, dove gli Arabi li trovarono; dalla Persia essi passarono anche in India.

G. GIOVANNOZZI, *Carte Borelliane nell'Archivio Generale delle Scuole Pie a Roma*. Atti della Pontificia Accademia Romana dei Nuovi Lincei, seduta 16 febbrajo 1919.

È vanto per la Casa generalizia delle Scuole Pie di S. Pantaleo in Roma l'avere ospitato G. A. Borelli, dal settembre 1677 alla sua morte (31 dicembre 1679), l'averne raccolto l'ultimo respiro e il custodirne ora il sepolcro; e poichè l'egregio matematico lasciò erede delle sue sostanze la detta Casa, si poteva supporre che la Biblioteca e l'Archivio che ne fanno parte racchiudessero rilevanti suoi manoscritti. Ora l'A., avendo diligentemente esaminato l'una e l'altro, nulla scoperse di importante e del poco trovato da qui particolareggiata notizia.

J. L. E. DREYER, *The place of Tyche Brahe in the History of Astronomy*. Scientia, marzo 1919.

L'autore, che presiede all'edizione completa delle opere del grande astronomo danese, dà notizie intorno ai risultati che da queste potranno trarre i futuri storici dell'astronomia.

A. FAVARO, *Adversaria Galilaeiana. Serie IV*. Atti e Memorie della R. Accademia di Padova, Vol. XXXV, 1919.

Contiene i seguenti articoli: XX. Di Giovanni Battista Pinelli in lode di Galileo. XXI. Giovanfrancesco Sagredo e Guglielmo Gilbert. XXII. Ancora di Marino Ghetaldi. XIII. Supplemento al Carteggio Galileiano. XXIV. Un manoscritto del « Saggiatore » (si trovava nella Biblioteca di G. Govi di recente posta in vendita). XV. Un esemplare del « Dialogo dei Massimi Sistemi » postillato dal Descartes (dalla biblioteca del compianto Silvanus Philips Thompson passò in quella dell'Istituto degli Inge-

Digitized by Google

gneri elettricisti inglesi). XXVI. Intorno ad un codice Linceo. XXVII. Di alcuni giudizii intorno a Galileo pronunziati da un gesuita francese del secolo decimosettimo. XXVIII. Per la storia dell' Accademia del Cimento (articolo provocato da quello di Carlo del Lungo « Per la storia dell'Accademia del cimento. Una lettera del Cardinale Leopoldo al senese cavaliere Lodovico de Vecchi » pubblicato nel vol. XXVI, 1918, dell'*Archivio Storico Italiano*).

A. FAVARO, *Lo studio di Padova nei Diarii di Marino Sanuto.* Nuovo Archivio Veneto, Nuova Serie, Vol. XXXVI, 1918.

I « Diarii » del Sanuto vanno dal 1° gennaio 1496 al 30 giugno 1533 e vennero pubblicati per cura di G. Berchet in 58 volumi, muniti ciascuno di uno speciale indice; mancando un indice generale per materie la consultazione di questa fonte, così preziosa per la storia della Repubblica veneta, riesce assai malagevole, epperò l'A. giudicò vantaggioso di estrarre da essa quanto concerne la storia dell'Università di Padova; il risultato di questa fatica distribuì in 238 brevi articoli, componenti il lavoro in esame, come chiusa del quale pose un indice dei nomi citati.

A. FAVARO, *Oppositori di Galileo.* III. *Cristoforo Scheiner.* Atti del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, T. LXXXII, 1918-19, Parte II.

È questo uno dei più importanti anelli della collana dedicata dal Favaro a coloro che ebbero rapporti, di varia specie, con Galileo Galilei. Cristoforo Scheiner (n. a Wald il 25 luglio 1573, m. a Neisse il 18 giugno 1650) scese in campo contro il sommo scienziato italiano prima per negare la scoperta delle macchie solari e poi per vantare diritti di priorità sulla loro scoperta. La polemica che in conseguenza si accese raggiunse ben presto tale estensione e tale violenza che indusse a prendere posizione contro Galileo la Compagnia di Gesù, a cui lo Scheiner apparteneva; e, anche chi è titubante ad ammettere che dalle mene dirette dello Scheiner tragga origine la procedura contro Galileo che condusse alla tanto deplorata condanna, difficilmente potrà negare che la prima radice del celebre processo sia da ricercarsi nella disputa che egli sostenne contro l' autore della *Rosa Ursina.* L' estesa pubblicazione che annunciamo, oltre a porre in piena luce tutte le fasi e tutti gli aspetti del dibattito, ha anche lo scopo di confutare alcune recenti pubblicazioni dovute a membri di quella Compagnia, con intenti indiscutibilmente antigalileiani: e questo carattere ne aumenta il valore.

Digitized by Google

I. M. CHILD, *Leibniz and Pascal.* The Monist, ottobre 1918.

È la traduzione di una nota comunicazione fatta da K. I. Gerhardt nel 1891 all'Accademia di Berlino, accompagnata dai passi originali che vi si riferiscono e da commenti intesi ad attenuare la portata delle tesi sostenute dall'editore di Leibniz ed a lumeggiare il processo logico che guidò l'emulo di Newton alla scoperta del calcolo infinitesimale.

PH. E. B. JOURDAIN, *Galileo and Newton.* Ivi.

Ricerche sulle relazioni fra i *Discorsi e dimostrazioni matematiche* ed i *Principii.*

J. L. HEIBERG, *Le rôle d' Archimède dans le développement des sciences exactes.* Scientia 1917.

F. CAJORI, *The zero and Principle of local Value used by the Maya of Central America.* Science; 17 novembre 1016.

Notizie intorno al sistema di numerazione usato da una poco nota tribù americana.

NOTIZIE

Tema proposto dalla R. Accademia delle scienze di Madrid per l'anno 1920:

« Esposizione teorico-pratica di un lavoro importante ed originale nel campo della matematica ». Premio una Medaglia d'oro del valore di 1500 Pesetas. Scadenza 31 dicembre 1920.

L'Accademia delle Scienze e delle Arti di Barcellona conferirà un premio di Duemila Pesetas all'autore del miglior lavoro che le sarà presentato entro il 31 dicembre 1919 sopra un argomento appartenente ad uno dei rami dello scibile contemplati nella Sezione V dell'Accademia stessa (« Artes, Construction y Tecnologia »). I lavori dei concorrenti debbono essere scritti in spagnuolo e venire presentati anonimi col consueto sistema.

***

Eduardo Torroja nacque a Tarragona il 1° febbraio 1847; perito agronomo, architetto, dottore in scienze, aggiunto all'Osservatorio astronomico, professore successivamente nelle Università di Valencia e Madrid, morì fra il compianto universale il 14 settembre 1913. Lascia parecchie opere

Digitized by Google

destinate a diffondere fra i suoi conterranei alcune teorie importanti appartenenti alla geometria descrittiva (assonometria) ed alla moderna geometria di posizione; trattatista dotto e coscienzioso e professore assai pregiato, con gli scritti e con la parola esercitò un' influenza benefica da tutti riconosciuta. Per maggiori particolari rinviamo alla biografia di I. G. Alvarez Ude pubblicata in testa al I fascicolo del T. I della *Revista matematica hispano-americana* (Madrid, 1919).

***

Per la storia della geometria elementare. Fra i vari postulati che furono proposti per sostituire quello di Euclide spicca per semplicità quello che afferma l'unicità della parallela da un punto ad una retta. Ordinariamente lo si attribuisce al Playfair; ma questi dichiara di averlo tolto da un'opera del Ludlam. Ora F. Cajori ha notato (1) che ancora prima lo si incontra nel *First Volume of the Instructions given in the Drawing School established by the Dublin Society ...under the Direction of* JOSEPH FENN *heretofore Professor of Philosophy in the University of Nants* » (Dublin, 1769); probabilmente l' idea gli fu suggerita dal commento di Proclo alla Prop. XXI del I Libro di Euclide, ove però quella proposizione non viene presentata come un surrogato di quella assunta da Euclide.

***

Maximilian Bòcher nacque a Boston il 28 agosto 1867 e morì a Cambridge Mass. il 12 settembre 1918. Compì (1883) gli studi secondari nella Scuola classica di Cambridge Mass. ed ottenne (1888) il grado di B. A. nell'Università Harvard. Passò poi tre anni all'Università di Gottinga ove conseguì (1891) la laurea dottorale. A partire da questo momento insegnò nella Università Harvard.

Più minuti particolari sulla vita del compianto scienziato si possono avere da una biografia scritta dal fedele amico e collega dell' estinto W. F. Osgood (*Bull. of the Amer. mathem. Society*, Maj 1919); mentre un esame accurato della sua produzione scientifica si legge in un articolo di B. A. Bernstein (Id. February 1919). Fra le sue numerose pubblicazioni scientifiche (ascendono a 101) ricordiamo le più estese: *Ueber die Reihen-*

(1) *On the Hystory of « Playfair's parallel-postulate »* (School Science and Mathematico, Dicembre 1918).

Digitized by Google

entwickelungen der Potentialtheorie (Göttingen, 1891; II ed., Leipzig 1904); *Introduction to higher Algebra* (New-York, 1907; trad. ted., Leipzig 1909); *Leçons sur les méthodes de Sturm dans la théorie des équations différentielles linéaires* (Paris, 1916).

***

Johann Heinrich Graf. Nacque a Töss, nei pressi di Winterthur, il 16 Agosto 1852. Esauriti gli studi primari e secondari successivamente nel luogo natio, a Rüti ed a Zurigo, s'inscrisse nella Sezione del Politecnico federale destinata a preparare insegnanti di matematica e scienze naturali; il relativo Diploma gli fu conferito nell'Estate 1871. Dopo avere professato in varie scuole di Zurigo, fu chiamato (1871) ad insegnare nella « Leberschule » di Berna, di cui negli anni 1885-1890 fu anche conrettore. A Berna nel 1877 ottenne la laurea dottorale, l'anno dopo divenne libero docente in quella Università, ove poi (1890) fu eletto professore straordinario e (1892) ordinario; dello stesso istituto fu rettore, durante l'anno accademico 1905-06, e due volte decano della Facoltà filosofica. Dopo breve malattia morì il 17 giugno 1918.

Uomo di sorprendente e svariata operosità (le sue pubblicazioni sono in numero di 122), prese parte attiva alla vita politica della sua patria, si occupò dell'amministrazione del culto e spese molta sua attività in favore delle biblioteche e del Club Alpino esistenti a Berna. Appassionato per la storia, anche nel suo insegnamento preferì un indirizzo a carattere storico; di lui vanno ricordati molti contributi alla storia della matematica in Svizzera; il più voluminoso è la *Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften in bernischen Landen* (1880-1890); la più originale è forse quella in seguito a cui l'Accademia di Berlino, per bocca di E. du Bois-Reymond, riconobbe di avere pronunciato un giudizio errato nella celebre controversia fra il König ed il Maupertuis. Membro attivissimo della « Naturforschende Gesellschaft in Bern » ne narrò la storia in occasione (1886) del suo primo centenario e nel lungo periodo 1883-1910 fu redattore delle « Mittheillungen » da essa pubblicate. Successore dello Schläfli nella cattedra dell'Università di Berna, si adoperò nel modo più efficace affinchè la sua memoria fosse degnamente onorata e fossero continuati i suoi lavori sopra speciali funzioni di una variabile reale.

Alle parole di compianto pronunciate sulla tomba di J. H. Graf (1), il

(1) Cfr. l'opuscolo *Zur Erinnerung an Herrn Professor D.r J. H. Graf. Abschiedworte gesprochen bei der Leichenfeier in der Johanniskirche. Donnerstag, den 20 Juni 1918.* (Bern, Steiger, 1918).

Digitized by Google

Bollettino si associa di cuore, memore e grato di averlo avuto fra i propri collaboratori, quando egli volle si conservasse il ricordo dei rapporti amichevoli che lo Schläfli ebbe con i matematici italiani del secolo scorso.

***

Per la storia della Teoria delle funzioni ellittiche. Durante il semestre estivo dell'anno 1857. C. Weierstrass tenne all' Università di Berlino un corso sulla teoria delle funzioni ellittiche dinnanzi a sei uditori. Di essi l'unico superstite è il ben noto matematico L. Königsberger, il quale giudicò opportuno di pubblicare un ampio riassunto di quel corso sotto il titolo *Weierstrass erste Vorlesungen über die Theorie des elliptischser Funktionen* (Jahresber. d. Deutschen Math. — Ver., T. XXV, 1917). Esso presenta grande interesse perchè permette di farsi un concetto del primo stadio di quegli studi che portarono il grande analista ad una completa riforma dell'edificio eretto dal suo celebre predecessore Jacobi.

***

H. Burckhardt nacque a Schweinfurt addì 15 ottobre 1861: frequentò durante il periodo 1871-1879 le scuole secondarie di Ansbach, facendosi notare dai suoi maestri (fra cui era S. Günther) per un' intelligenza aperta ad ogni genere di studi; si recò poi a Monaco (ove ascoltò le lezioni di Seidel, Bauer, Brill e Lüroth), quindi (1881-82) a Berlino, ove brillavano Weierstrass. Kronecker e Helmholtz, e finalmente (1882-83) a Gottinga, nelle cui Università seguì i corsi impartiti da Schwarz. Nel dicembre 1886 conseguì a Monaco la laurea dottorale con un lavoro, ispirato dal Voss, intorno alle relazioni esistenti fra la teoria degli invarianti e quella degli integrali algebrici e fu scelto dal Dyck come assistente al Politecnico esistente in quella città; appunto all' influenza del Dyck devesi l'importante lavoro storico del Burckhardt sopra Ruffini, che ebbe l' onore di una versione italiana per merito di E. Pascal.

Nell'inverno 1887 ritornò a Gottinga, attrattovi dalla presenza di F. Klein, ed ivi nel 1889 consegnò la libera docenza e poi (1894) il grado professorale. Nel 1897 venne chiamato all'Università di Zurigo col grado di professore ordinario; e, prescindendo da una breve parentesi, rappresentata da un soggiorno a Parigi per ragione di studio (Inverno 1893-94), vi rimase sino all'ottobre 1908, quando accettò il posto analogo nel Politecnico di Monaco. Una malattia, contro cui nulla valsero le cure della famiglia e della scienza, lo spense addì 2 novembre 1914. (1)

(1) Per ulteriori particolari si vegga H. Liebmann, *Zur Erinnerung an Heinrich Burckhardt* (Jahresber. d. Deutsch. Math. Ver., T. XXIV, 1915).

Digitized by Google

Il Burckhardt è noto per alcune pregevoli memorie di analisi ed ancor più per due opere didattiche a cui arrise un meritato successo; di lui va ricordata una lode la efficace collaborazione alla grande *Enciclopedia matematica*; nè va dimenticato che il Rapporto da lui presentato alla Società matematica tedesca sulla teoria delle funzioni oscillanti è il più esteso e coscienzioso lavoro del genere che si conosca, comprendendo 1804 pagine e 9146 note.

***

J. Knoblauch, ben noto per memorie e trattati di geometria differenziale e per avere curata con grande coscienza la stampa dei primi cinque volumi delle Opere di Weierstrass, era figlio di un celebre professore di fisica dell'Università di Halle; qui appunto vide la luce il 27 Agosto 1855, mentre si spense il 22 Luglio 1916 a Berlino, nella cui Università egli occupava il posto di professore straordinario. Un quadro fedele dello scienzato e dell'uomo si legge nell'articolo di R. Rothe, *Zur Erinnerung an Johannes Knoblauch* (Jahresber der Deutsch. Math.-Ver., T. 24, 1916); allo stesso matematico si debbono (Ivi p. 432-42) informazioni sulle disposizioni che, dopo la scomparsa del Knoblanch, furono spese affinchè possa proseguire la pubblicazione delle memorie e delle lezioni del Weirstrass.

***

Il I centenario di C. Wierstrass (31 Ottobre 1915) venne solennizzato a Berlino, sotto la forma austera imposta dalle condizioni politiche del tempo, con un discorso pronunciato da E. Lampe in seno alla Società matematica di quella città e che si legge nel Vol. 24 (1915) del *Jahresber. der Deutsch. Math. Vereinigung*, nel quale sono rettificati alcuni dati biografici leggendari e sono aggiunte molte notizie interessanti sopra l'uomo e l'insegnante.

***

F. Prym nacque a Dûren il 28 Settembre 1841; durante il semestre invernale 1861-62 seguì a Gottienga il corso d'analisi tenuto da Riemann e ne subí un'influenza così profonda che si può dire tutta la sua opera scientifica sia un geniale commento delle idee e dei metodi di quel sommo analista.

Nel 1862 ottenne dall'Università di Berlino la laurea dottorale; tre anni più tardi fu chiamato ad insegnare nel Politecnico di Zurigo; nel 1869 passò all'Università di Würzburg ed ivi rimase sino al suo collocamento a riposo (1909), quantunque per due volte fosse stato invitato a trasferirsi

Digitized by Google

a Strassburgo. Morì il 15 Dicembre 1915. Il suo discepolo e collaboratore A. Krazer ne ha scritto una dotta necrologia (*Jahresber. der Deutschen Math. Ver.* T. XXVI, 1916).

***

S. *Gundelfinger* nacque a Kirchberg il 17 Febbrajo 1846. Compiuti gli studi secondari a Stuttgart, egli, nella Primavera del 1864, si recò all'Università di Tubinga; essendosi deciso di dedicarsi completamente alla matematica, si trasferì a Heidelberg, ove allora insegnavano Hesse, Helmholtz e Kirchhoff. Essendosi poi il primo di questi matematici trasferito a Königsberg, il Gundelfinger lo seguì ed in quella Università conseguì (8 Agosto 1867) il grado di dottore. Due anni dopo ottenne la libera docenza presso l'Università di Tubingen ed ivi divenne nel 1873 professore straordinario; tale ufficio lasciò, essendo stato invitato ad occupare il posto di professore ordinario nel Politecnico di Darmstadt; in questo istituto rimase sino al termine della sua vita (13 Dicembre 1916). L'influenza esercitata da Hesse su Gundelfinger è visibile in tutta la sua produzione scientifica, la quale abbraccia buon numero di eccellenti lavori sulla teoria delle forme e le sue applicazioni alla geometria del piano e dello spazio; nessuno ignora che egli poi curò le più recenti edizioni di alcuni reputatissimi trattati del suo maestro e partecipò in modo rilevante alla pubblicazione delle sue opere complete. F. Dingeldey, che fu suo collega, ne ha tessuto una coscienziosa biografia (*Jahresber. der Deutschen Math. Vereinig.*, T. XXVI, 1917).

***

Fondazione F. Klein. In occasione del I anniversario (12 Dicembre 1918) del conferimento a F. Klein della Laurea dottorale, un gruppo di discepoli ed amici, con a capo R. Fricke, ha raccolto la somma di seimila marchi da erogarsi a scopi scientifici.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

N. 4 PERIODICO TRIMESTRALE 1919

BOLLETTINO

DI

BIBLIOGRAFIA E STORIA

DELLE

SCIENZE MATEMATICHE

PUBBLICATO PER CURA

DI

GINO LORIA

ANNO XXI — SERIE II — VOL. II

1919

PALERMO

LIBRERIA SCIENTIFICA D. CAPOZZI

Piazza Croce dei Vespri 8

1919

Digitized by Google

Digitized by Google

BOLLETTINO DI BIBLIOGRAFIA E STORIA
DELLE
SCIENZE MATEMATICHE
Serie II. Vol. II. Fasc. IV — **Ottobre-Dicembre** Anno XXI. 1919.

G. COLONNETTI

Teoria dell' elasticità e resistenza dei materiali in alcune recenti opere della scuola francese

Ho lette, nel breve giro di pochi mesi, due nuove opere francesi sulla resistenza dei materiali: il terzo volume del *Cours de Mécanique* tenuto all' École Polytecnique da LÉON LECORNU, dell'Istituto di Francia (1); e un volumetto intitolato: *Les méthodes modernes de la résistence des matériaux* di BERTRAND DE FONTVIOLANT, professore all' École Centrale des Arts et Manifactures (2).

I nomi illustri dei due Autori, ed il valore incontestabile della loro vasta opera scientifica, sono troppo noti perchè occorra segnalare l'alto interesse che, nel loro complesso, presentano le due pubblicazioni.

Però in entrambe ho trovato, bene in evidenza, ed esposto direi quasi con compiacenza, uno stridente contrasto fra una *teoria matematica dell' elasticità* tutta rispettosa del più classico rigore, ed una *resistenza dei materiali* così semplicista e completamente trascurante della realtà del fenomeno fisico che mi ha sgradevolmente colpito.

È una resistenza dei materiali che si spiega e si esaurisce in poche parole: la deformazione di un solido generato da un'area piana di forma qualunque (eventualmente anche variabile con continuità) la quale si muova mantenendosi sempre normale alla traiettoria del suo baricentro, vi si studia ammettendo in ogni caso verificata l' ipotesi della indeformabilità delle sezioni rette.

(1) LÉON LECORNU. — *Cours de Mécanique.* Paris, Gauthier Villars, tome III, (1918), pagg. 34 e segg.

(2) BERTRAND DE FONTVIOLANT. — *Les méthodes modernes de la résistence des matériaux.* Paris, Gauthier Villars, (1919), pagg. 11 e segg.

Digitized by Google

Il solido viene cioè assimilato *à un système* — è LECORNU che scrive — *constitué par des plaques rigides reliées entre elles par des petits ressorts; ces ressorts devraient être établis de façon à résister d'une part aux variations de longueur de chaque élément de fibre, d'autre part au glissement relatif de deux plaques consécutives.*

Ora io mi rendo perfettamente conto della impossibilità che la resistenza dei materiali — intesa come corpo di dottrine che gli ingegneri utilizzano nel calcolo e nelle verifiche di stabilità delle costruzioni — segua scrupolosamente la teoria matematica dell' elasticità anche quando le soluzioni che questa dà dei problemi dell'equilibrio elastico sono irte di difficoltà ed intraducibili in numeri.

Mi rendo conto, per esempio, della impossibilità che l'ingegnere il quale è chiamato a progettare od a collaudare una trave cimentata a torsione istituisca i suoi calcoli sulla base di quella certa funzione armonica, definita mediante i valori della sua derivata normale al contorno, che sola può permettere il calcolo esatto così delle tensioni interne come delle deformazioni, ma che non è nota nè facilmente calcolabile per quelle forme di travi che sono in uso nella tecnica delle costruzioni.

Ma io non riescirò mai a capacitarmi del perchè quell' ingegnere, pur rinunciando ad applicare la teoria integralmente, non possa e non debba far tesoro dei risultati qualitativi di essa — almeno fino a foggiarsi uno schema meccanico del fenomeno della deformazione il meno possibile differente dal vero — e anche dei risultati quantitativi, quando questi gli permettano di calcolare senza troppe difficoltà il valore medio di quelle grandezze di cui non gli è dato di appurare i valori veri, o quando possano servirgli a precisare l'ordine di grandezza dell'errore che si commette ricorrendo a procedimenti semplicemente approssimati.

Il LECORNU giustifica con molta, con troppa disinvoltura lo schema semplicista che costituisce il nocciolo della resistenza dei materiali quale egli la intende.

Nous savons que cela ne peut être mathématiquement vrai — egli scrive — *nous avons vu en particulier que la torsion d'une tige à base non circulaire entraîne un certain gauchissement des sections droites; mais nous admettrons que l'influence d'un pareil gauchissement sur la grandeur des forces élastiques est pratiquement négligeable, et l'on conçoit qu'il en puisse être ainsi, parce que l'écart entre la surface déformée et son plan tangent moyen n'est que du second ordre relativement aux dimensions de la section.*

Digitized by Google

Non è affatto così: basta aver presenti i risultati della teoria matematica della torsione nel caso, del resto assai semplice, del cilindro a sezione retta ellittica, per convincersi che l'ingobbamento della sezione ha un'influenza tutt'altro che trascurabile sulla distribuzione delle tensioni interne e sulla grandezza stessa dell'angolo di torsione.

L'errore che si commette trascurando quell'influenza nel calcolo dell'angolo di torsione raggiunge già il 56 *per cento* del valore calcolato quando il rapporto fra le lunghezze dei due assi è soltanto eguale a due; se questo rapporto sale a tre, a quattro, a cinque, quell'errore diventa rispettivamente del 178, del 352, del 576 *per cento;* e continua naturalmente a crescere sempre più rapidamente col crescere ulteriore dell'eccentricità dell'ellisse.

Mettere alla base di una teoria della torsione - che non sia esplicitamente limitata al solo caso del cilindro a sezione retta circolare - l'ipotesi della indeformabilità delle sezioni rette, non è fare della teoria semplificata, è mettersi volontariamente fuori della realtà.

Analoghe riserve io dovrei fare sulle conclusioni a cui gli Autori citati arrivano nei riguardi delle tensioni interne dovute agli sforzi di taglio, tensioni che essi son naturalmente condotti a ritenere in ogni caso uniformemente distribuite sulla sezione.

Tutte le formole del LECORNU e del BERTRAND DE FONTVIOLANT, non escluse quelle che essi concordemente adottano per esprimere il lavoro di deformazione — e che perciò rappresentano l'inevitabile punto di partenza di tutti i successivi loro calcoli sulla resistenza delle costruzioni — dovrebbero dunque venire corrette, mediante l'introduzione, nei termini riguardanti il taglio o la torsione, di opportuni *coefficienti di forma;* in mancanza dei quali esse non sono formole di resistenza dei materiali, ma son semplicemente formole sbagliate!

In Italia una eco è giunta di questo deplorevole modo di procedere dei più accreditati autori francesi; ce l'ha portata l'Ing. Giuseppe Nicolosi in un suo breve scritto comparso negli *Annali degli Ingegneri ed Architetti Italiani* (1).

Mi sia lecito formulare l'augurio che l'esempio non venga imitato, e che i nostri giovani attingano a più sane fonti lo spunto pei loro studii e per le loro ricerche.

---

(1) GIUSEPPE NICOLOSI. — *Il teorema di Betti e l'equazione di Bertrand de Fontviolant.* Annali d'Ingegneria e d'Architettura, anno XXXIV (1919), pagg. 38 e segg.

Digitized by Google

TOMMASO BOGGIO

MATTEO BOTTASSO

Il 3 ottobre scorso (1918) cessava di vivere in Torino, dopo breve malattia, appena quarantenne, il prof. Matteo Bottasso dell'Università di Messina. Egli fu colpito dal terribile e misterioso morbo, che infierì nel nostro paese nella seconda metà dell'anno passato e nei primi mesi di questo anno, aggiungendo nuovi lutti a quelli — non pochi, ahimè — già causati dalla guerra.

La sua perdita immatura, nel pieno vigore del suo ingegno, acuto e multiforme, costituisce un grave lutto per le Scienze matematiche, al cui progresso egli aveva molto contribuito con numerose e poderose pubblicazioni.

Nacque, il Bottasso, a Chiusa di Pesio (Cuneo) il 17 aprile 1878, da una famiglia di laboriosi artigiani, primogenito di numerosa prole. Poichè, sin da tenera età, dimostrò di avere ingegno molto sveglio, e spiccato amore agli studi, i genitori, secondando i suoi desiderii, lo avviarono agli studi superiori. Dovettero imporsi non lievi sacrifizi, e, per ineluttabile necessità, fu imposta a lui un'adolescenza tutt'altro che lieta, ma, man mano che egli proseguiva negli studi, i genitori avevano il conforto di vedere coronate dal più lusinghiero successo le loro speranze e i loro voti.

Compiuti gli studi secondari tecnici, il Bottasso ebbe già modo di dimostrare la sua solida coltura vincendo per concorso, nell'ottobre 1897, a Torino, una borsa di studio nel collegio Carlo Alberto per gli studenti delle provincie dell'antico stato di Sardegna, collegio da cui, in ogni tempo, uscirono eletti ingegni; non è a dire quanto grande fu la sua letizia, perchè così si vedeva in grado di percorrere gli studi universitari, senza più dover pesare sul non roseo bilancio paterno. Già nel corso di tali studi egli dimostrò una spiccata versatilità d'ingegno e diede prova della felice attitudine ad assimilare rapidamente le discipline più disparate (della quale attitudine è poi prova luminosa la sua produzione scientifica), riportando il massimo dei voti nei vari esami speciali e ottenendo alcuni premi.

Nel luglio 1901 conseguì la laurea in matematica, a pieni voti assoluti, nell'Università di Torino, con una notevole tesi, pubblicata poi negli *Annali di matematica* (cfr. n. 1 dell'elenco delle pubblicazioni) ove esprime

Digitized by Google

la condizione di bicontatto di coniche con date superficie algebriche. Indi vi fu nominato assistente alla cattedra di Geometria Projettiva e Descrittiva, ove rimase per un triennio, dopo di che, avendo vinto per concorso un posto di perfezionamento all'estero, si recò a Parigi, ove seguì i corsi tenuti dai più eminenti matematici francesi, alla Sorbona e al Collegio di Francia; frutto dei suoi studi nella metropoli francese si è una interessante Nota (cfr. n. 2 dell'elenco) ove egli ottenne la soluzione di un problema di Monge ricorrendo all'interpretazione geometrica delle linee caratteristiche e delle linee integrali di un'equazione a derivate parziali del primo ordine.

Tornato in patria, il Bottasso fu nominato assistente alla cattedra di Geometria Projettiva e Descrittiva nell'Università di Bologna, ufficio che tenne fino al 1909, pubblicando frattanto due lavori (cfr. n. 3 e 4 dello elenco) ove, con procedimenti geometrici ed analitici, vengono determinati il genere aritmetico ed altri caratteri fondamentali di un piano ciclico, il genere superficiale e lineare, l'equazione ed i caratteri fondamentali del sistema delle curve canoniche, nonchè le modificazioni che tali caratteri subiscono per la presenza di un punto multiplo della curva di diramazione. Senonchè continuavano ad essere molto meschine le condizioni economiche fatte agli assistenti universitari, ed insufficienti ai cresciuti bisogni della vita; basti ricordare che, per una iniqua disposizione legislativa, un assistente universitario era economicamente e didatticamente inferiore ad un professore di scuola tecnica di un qualsiasi paesello! Che più? Anche un professore incaricato d'Università — che deve avere quindi almeno la libera docenza, per ottenere la quale ha dovuto sobbarcarsi a non pochi sacrifici, e passare qualche anno curvo sui libri — è retribuito, ancor oggi, assai peggio di un professore di scuola tecnica, di prima nomina!

In tale stato di cose, il Bottasso, del tutto privo di mezzi di fortuna, dovette, stretto dalle necessità, e molto a malincuore, lasciare l'assistentato per assumere l'insegnamento nella R. Scuola Tecnica di Racconigi, che aveva ottenuto in seguito a concorso; poco di poi ottenne il trasferimento a quella di Susa, e infine alla R. Scuola Tecnica G. Plana di Torino. Fu questo, indubbiamente, il periodo più oscuro della sua vita scientifica: tornato a Torino sfiduciato di tutto e di tutti, pareva che quella bella mente dovesse disperdersi nel nulla, come è accaduto spesso a persone di alto ingegno, che, per condizioni peculiari di ambiente, non ebbero modo di esplicarlo.

Digitized by Google

Siccome però io ebbi la ventura di conoscerlo a fondo, durante gli anni che passammo insieme all' Università come assistenti, e sapevo quali doti potenziali di ingegno e di studioso egli possedesse, cercai — mi si perdoni questo ricordo personale — di rimetterlo a contatto cogli studi moderni e di collocarlo nuovamente nell'insegnamento superiore.

Fui molto fortunato, chè in quello stesso 1910, in cui egli fu trasferito a Torino, fu nominato, in seguito a proposta del Prof. Burali-Forti, professore aggiunto alla cattedra di Geometria Analitica e Projettiva nella R. Accademia Militare di Torino, cattedra di cui è titolare il Burali-Forti.

Quivi, anche per necessità del suo ufficio, dovette approfondire gli studi di calcolo vettoriale, essendo in tale Istituto il corso di Geometria Analitica e Projettiva svolto con criteri interamente moderni, coi metodi vettoriali che sono di tanto superiori, anche in semplicità, agli ordinari procedimenti cartesiani. E qui c'è veramente ragione di meravigliarsi che, non ostante le tendenze conservatrici che alcuni ritengono predominare negli ambienti milltari, sia stato possibile introdurre tale radicale ed utile riforma, mentre ciò non è ancora stato possibile di fare nelle Università, nonostante la tanto vantata libertà dell'insegnamento universitario!

Sotto l'impulso di quello scienziato e lavoratore fecondo che è il Burali-Forti, il Bottasso parve rinascere a nuova vita, e una nuova era si dischiuse alla sua volonterosa attività. Dei nuovi studi fatti, fanno fede i numerosi ed importanti lavori da lui pubblicati da quell'epoca in poi, e che gli procurarono, fra altro, nel 1914 la libera docenza, per titoli, in Algebra e Geometria Analitica nella R. Università di Pavia.

In seguito a concorsi precedenti, il Bottasso fu nominato, sullo scorcio del 1915, professore nel R. Istituto Tecnico di Pinerolo, ma vi rimase ben poco, giacchè, or son 3 anni, veniva chiamato dalla Facoltà di Scienze della R. Università di Messina, per impartire l'insegnamento della Meccanica razionale e della Fisica-matematica in quell'Ateneo.

Ed ora che ormai egli aveva pressochè raggiunto la meta a cui aspirava e che era degno premio della sua cultura e del suo ingegno sagace e versatile, un crudele morbo ne troncava in breve l'operosa esistenza, lasciando inconsolabile la giovine sposa e un tenero pargoletto, che per troppo poco tempo potè godere delle carezze paterne!

L'attività scientifica del Bottasso è dimostrata da numerose pubblicazioni, riguardanti, si può dire, tutti i campi della Matematica: Geometria Superiore, Geometria Differenziale, Analisi, Meccanica, Fisica-matematica,

Digitized by Google

Matematica Finanziaria. Da queste sue pubblicazioni emerge la grande facilità del Bottasso ad assimilare perfettamente le teorie le più svariate ed eterogenee; egli costituisce anzi un rarissimo esempio di studioso che sapeva spaziare a suo agio così nei campi della Geometria pura sintetica, come in quelli, tutt'altro che affini ad essa, della Meccanica e Fisica-matematica.

Fra i lavori di analisi sono specialmente notevoli quelli (cfr. n. 6 e 22 dell'elenco) in cui sono estesi alla teoria delle equazioni integrali alcuni classici teoremi relativi alle equazioni lineari e all'equazione secolare. Pure degno di particolare menzione è l'altro lavoro in cui risolve il problema della ricerca di una funzione armonica e regolare entro un cerchio, soddisfacente, al contorno, a una relazione lineare fra le derivate seconde; questo problema è stato proposto, ma male risolto, e con soluzione eccezionalmente complicata. da altro autore; il Bottasso riuscì a darne una soluzione completa, semplice, elegante, superando non lievi difficoltà.

In molti lavori il Bottasso si dimostra profondo conoscitore dei più moderni metodi vettoriali omografici, i quali ormai hanno finito per imporsi agli studiosi (benchè tali metodi siano di marca prettamente italiana), sì che il numero degli oppositori nazionali di essi è oggi assolutamente trascurabile. Fra le applicazioni più notevoli da lui fatte dei metodi suddetti sono da notare quelle relative alla Geometria differenziale di talune curve, alla teoria delle omografie nel piano, all'operatore binario *S* del Pieri (in cui è stabilita fra altro, l'importante formola II), alla flessione delle superficie inestendibili e alle trasformazioni asintotiche delle curve, nei quali ultimi lavori egli ritrova in modo semplicissimo varie proprietà ottenute dal Bianchi, dal Picone e da altri in modo assai complicato.

Ma l'applicazione più grandiosa e forse la più importante è il volume sulla *Astatica,* in cui con metodo semplice ed uniforme è riuscito a trattare e completare questioni studiate da una sessantina di autori precedenti, coi metodi più svariati. Di questo libro, il Burgatti, relatore di una Commissione di concorso, scrisse che « è una sistemazione organica della « Astatica, ottenuta con molta eleganza e compiutezza mediante gli algo- « ritmi dell'analisi vettoriale ».

Invece, in un concorso precedente, il Severi, relatore della Commissione gindicatrice, pure riconoscendo che il libro in parola non potrà non rendere utili servigi, aggiunge: « per quanto le interpretazioni geometriche e « meccaniche restino talora in ombra, di fronte al soverchiante algoritmo,

Digitized by Google

« sì che questo piuttosto che un mezzo d'indagine, apparisce quasi come « il fine dell'opera ».

Questo giudizio, così diverso dal precedente, proviene forse dal fatto che il Severi non conosce a fondo, come il Burgatti, il calcolo vettoriale omografico.

Il valore delle pubblicazioni del Bottasso è stato riconosciuto ufficialmente dalla R. Accademia dei Lincei, la quale gli assegnò nel 1913 e poi di nuovo nel 1916 dei premi ministeriali per le Scienze matematiche. Ultimo suo lavoro è quello (cfr. n. 24 dell'elenco) sulle rigate sviluppabili passanti per una linea e per le sue trasformate di Combescure, che venne alla luce dopo la sua morte.

Cosi si chiuse la carriera scientifica di Matteo Bottasso, che ha lasciato una indelebile orma nella scienza, ed un indimenticabile ricordo in tutti quelli che lo conobbero o gli furono amici, chè in lui la bontà d'animo non era certo inferiore alle sue doti di scienziato.

Elenco delle pubblicazioni del Prof. Matteo Bottasso

I.

Annali di Matematica pura ed applicata.

1. *Sopra le coniche bitangenti alle superficie algebriche* (serie III; t. VIII; a. 1903).

II.

Comptes Rendus hebdomadaires de l'Académie des Sciences de Paris.

2. *Sur une solution du problème de Monge relatif à l'équation* $f(dx_1, dx_2, \ldots, dx_n) = 0$ *à coefficients variables* (a. 1905).

III.

Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino.

3. *I caratteri d'un piano multiplo ciclico la cui curva di diramazione è irriducibile e generale nel suo ordine* (vol. XLIV; a. 1908).
4. *Alcune singolarità elementari d'un piano multiplo ciclico la cui curva di diramazione è irriducibile* (vol. XLIV; a. 1909).
5. *Alcune applicazioni delle formule di Frenet* (vol. XLVII; a. 1911).
6. *Il teorema di Rouché-Capelli per i sistemi di equazioni integrali* (vol. XLVIII; a. 1912).
7. *Sulla determinazione del tasso di una rendita temporanea, variabile e continua* (volume XLIX; a. 1913).
8. *Sopra alcune estensioni del teorema di Guldino* (vol. XLIX; a. 1914).

Digitized by Google

9. *Sopra un nuovo problema dei valori al contorno per un cerchio* (vol. L; a. 1915).
10. *Sull'equilibrio delle piastre elastiche piane appoggiate lungo il contorno* (vol. L; a. 1915).
11. *Teoremi su massimi e minimi geometrici, e su normali a curve e superficie* (vol. LI; a. 1916).
12. *Generalizzazione della trasformazione di Combescure per le curve* (vol. LIII; a. 1918).

IV.

Rendiconti della R. Accademia dei Lincei.

13. *Sopra le equazioni del moto generale e perturbato di un filo inestendibile* (serie 5ª, vol. XXI, 2° sem. 1912).
14. *Sull'operatore differenziale binario* S *di M. Pieri* (vol. XXIII; 1° sem. 1914).
15. *Sopra l'equilibrio astatico e sull'equivalenza di due sistemi astatici* (vol. XXIII; 2° semestre 1914).
16. *Sistemi astatici equivalenti a due forze astaticamente irriducibili* Nota I e Nota II (vol. XXIV; 1° sem. 1915).
17. *Sulla flessione delle superficie inestendibili* (vol. XXIV; 2° sem. 1915).
18. *Sulle trasformazioni asintotiche delle curve* (vol. XXVI; 2° sem. 1917).
19. *Alcune formule sulle superficie applicabili* (vol. XXVII; 2° sem. 1918).

V.

Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere.

20. *Sui sistemi di equazioni ottenuti da un determinante simmetrico di forme in più serie di variabili* (vol. XLVI; a. 1913).
21. *Sugli assi di equilibrio e sulla stabilità ed instabilità dell'equilibrio nei sistemi astatici* (vol. XLVIII; a. 1915).

VI.

Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti.

22. *Sull'equazione alle potenze di un'equazione secolare ed applicazione alle equazioni integrali* (tomo LXXI; a. 1912).
23. *Le curvature negli inviluppi di rette e di piani con applicazione alle polari reciproche di una linea data* (tomo LXXII; a. 1912).
24. *Sulle rigate sviluppabili passanti per una linea e per le sue trasformate di Combescure* (tomo LXXVII; a. 1918).

VII.

Annaes de Academia Polytechnica do Porto.

25. *Sur une classe de variétés engendrées par des systèmes linéaires projectifs d'hypersurfaces* (tomo IV; a. 1909).

VIII.

Bulletin des Sciences Mathématiques.

26. Recensioni dell'opera di C. Burali-Forti e R. Marcolongo: *Analyse vectorielle générale;* vol. I: *Transformations linéaires;* vol. II: *Applications à la Mécanique et à la Physique* (tome XXXVII, a. 1913 e tome XXXVIII, a. 1914).
27. *Sur une enveloppe de droites* (tome XXXIX; a. 1915).

Digitized by Google

IX.

Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo.

28. *Teoremi sopra alcuni invarianti assoluti di espressioni vettoriali* (tomo XXXIV; 2° semestre 1912).

29. *Omografie vettoriali del piano* (tomo XXXV; 1° sem. 1913).

30. *Alcuni complementi ad una recente Memoria di E. Picard* (tomo XXXVIII; 2° semestre 1914).

X.

Rivista Italiana di Ragioneria.

31. *Sopra alcune formule di quadratura usate in Attuaria* (a. 1914).

XI.

Scritti matematici offerti ad Enrico D'Ovidio.

32. *Problemi sulla determinazione delle linee sghembe* (a. 1918).

XII.

Bollettino di Bibliografia e storia delle scienze matematiche.

33. Recensioni delle opere: C. BURALI-FORTI e R. MARCOLONGO: *Omografie vettoriali con applicazioni alle derivate rispetto ad un punto e alla Fisica-matematica;* C. BURALI-FORTI: *Corso di Geometria Analitico-Projettiva per gli allievi della R. Accademia Militare;* C. BURALI-FORTI *et* R. MARCOLONGO: *Analyse vectorielle générale;* vol. I e II, (a. 1911; a 1913; a. 1915); P. BURGATTI, *Lezioni di Meccanica razionale* (a. 1918).

XIII.

Analyse vectorielle générale (tomo IV).

34. *Astatique* (Lattes; Torino, a. 1915).

Geometria numerativa.

H. G. ZEUTHEN, *Lehrbuch der abzählenden Methoden der Geometrie.* (B. G. Teubners Sammlung von Lehrbüchern auf dem Gebiete der mathematischen Wissenschaften mit Enschluss ihrer Anwendungen. Band XXXIX). Pag. XII+394; 1914; B. G. Teubner; Leipzig und Berlin.

Troppo noto è quanto spesso occorra di dover risolvere questioni geometriche numerative, troppo noti sono i vantaggi di semplicità e di rapidità che si ottengono ricorrendo in tali casi al celebre « principio della conservazione del numero » ed agli altri metodi che costituiscono l'essenza della cosidetta « Geometria numerativa », perchè si debba qui parlare

Digitized by Google

della necessità, per ogni modesto cultore di geometria, di avere in proposito nozioni esatte e sufficienti. La ricerca del grado dell'equazione algebrica da cui dipende la risoluzione di un problema geometrico determinato, prescindendo dalla formazione effettiva dei coefficienti dell'equazione, e quindi la ricerca del *numero* delle soluzioni del problema indipendentemente dal calcolo delle quantità che fissano forma e posizione degli enti geometrici richiesti, non solo offre molto spesso interesse in sè, ma può fornire elementi preziosi per trattare questioni ulteriori. Una raccolta dei vari metodi che si applicano nelle anzidette determinazioni di numero, illustrati con esempi adatti e numerosi che ne mostrino la portata (vasta, ma non illimitata) e che, in pari tempo, illuminino praticamente sulle cautele da seguire nell'applicarli per non giungere a risultati erronei od illusori, non può che tornare utilissima, specialmente dal lato educativo, anche se in essa si prescinde da formulazioni esplicite di principî e dalle discussioni che vi si collegano. Questi caratteri presenta appunto il libro dello *Zeuthen* di cui qui riferiamo. Ed infatti l'A. rinunzia (egli stesso ce ne avverte nella prefazione) ad un qualsiasi enunciato del principio della conservazione del numero, per limitarsi al principio, puramente algebrico, per il quale il grado di un'equazione algebrica, e perciò il numero delle sue soluzioni, non dipendono dai valori dei coefficienti dell'equazione (purchè si tenga conto delle radici immaginarie, di quelle infinite e di quelle multiple). E ben a ragione, perchè sarebbe certo ostica ai principianti (ai quali pure il libro è destinato) una trattazione fondata sopra un enunciato che potrebbe essère esatto e completo solo a condizione di essere anche astratto od elevato; e, d'altra parte, è solo per mezzo di esempi ed applicazioni svariatissime che si può persuadere il lettore di aver a che fare con metodi veramente utili e che egli può adoperare in modo da potersene realmente fidare.

Ecco un cenno sommario del contenuto dei singoli capitoli.

Cap. I. — *Introduzione.* — In esso l'A. espone ed illustra le idee fondamentali della Geometria numerativa: il substrato algebrico di tutte le questioni da essa risolte, che non va mai scordato se si vuol giungere ad un'esatta valutazione della portata dei metodi numerativi; l'importanza della considerazione dei casi particolari che può presentare un dato problema (con speciale riguardo a quelli di essi in cui il numero delle soluzioni diviene infinito), per il che occorre, in ogni caso, una precisa definizione dei vocaboli « generale » e « particolare »; ed infine l'importanza

Digitized by Google

che ha, per una giusta applicazione dei metodi numerativi, il calcolo della *multiplicità* che compete a ciascuna soluzione di un qualsiasi problema. A questo proposito, l'A. ci parla diffusamente del problema delle intersezioni d'una curva piana algebrica con una retta, o di due curve piane algebriche tra loro, e della ricerca della classe d'una C^n piana; argomenti a cui si collega il concetto di *ramo* di curva algebrica, coi suoi caratteri (ordine e classe nel piano; ordine, rango e classe nello spazio). Notevole la regola per il computo della *multiplicità d'intersezione* di due curve piane algebriche in un punto ad esse comune, regola che richiede, com'è ben noto, la conoscenza degli ordini di certi segmenti infinitesimi, e che trova la sua giustificazione nella rappresentazione analitica dei rami di curva mediante sviluppi in serie. Di qui seguiranno, nei capitoli successivi, le varie regole per il computo delle soluzioni multiple di un dato problema, che è una delle maggiori difficoltà da superare.

CAP. II. — *Il metodo della conservazione del numero.* — Non è possibile riferire minutamente tutti gli esempi che l'A. porta per mostrare come si possa determinare il numero delle soluzioni d'un dato problema cercando quante sono quelle di un altro problema che ne sia un caso particolare. Così, osservando che l'ordine d'una curva piana algebrica è noto quando se ne conosca il numero delle intersezioni con una retta *particolare*, l'A. studia: le curve piane generate con corrispondenze algebriche tra fasci di rette; le proprietà delle curve (o superficie) polari di un punto rispetto ad una curva (o superficie) algebrica, in particolare rispetto ad una C^3 piana; le curve su una quadrica; ecc. L'ordine d'una curva algebrica è pure noto quando si sappia quante sono le sue intersezioni con *una* curva algebrica di ordine conosciuto n, la quale potrebbe anche assumersi spezzata in n rette distinte, oppure ridotta ad una retta contata n volte e contenente un certo numero di punti di diramazione; concetti analoghi si hanno per curve sghembe e per superficie algebriche; le applicazioni esposte sono anche qui numerose: inviluppo delle curve d'un sistema ∞^1 di indice 2; curve d'un sistema ∞^1 che toccano una data C^n; caratteri principali della curva intersezione completa di due superficie algebriche; superficie d'un sistema ∞^1 che toccano una data superficie; secanti multiple di una curva sghemba, nell'ipotesi però che i numeri relativi dipendano solo dall'ordine e dal numero dei punti doppi apparenti della curva (questioni per le quali, nelle stesse ipotesi, serve bene anche il noto metodo funzionale di *Cayley*); ecc.

Digitized by Google

Se un problema ammette m soluzioni, qualunque suo caso particolare che ne ammetta $m+1$, o più, ne ammette infinite; di qui l'A. trae altre svariate applicazioni, tra cui rileviamo: lo studio dei punti multipli d'una C^n piana, o d'una F^n; il massimo numero di punti doppi per una C^n irriducibile; lo studio delle C^4 sghembe; i raggi doppi d'una congruenza di rette (ad es. la congruenza di *Hirst*); i problemi di chiusura di *Poncelet*. Lo stesso concetto viene applicato quando si desumono proprietà di una figura da un disegno, che ne rappresenta un caso particolare.

Interessanti i casi di problemi privi di soluzioni. Così, se esiste tra due variabili x, y una corrispondenza espressa da un'equazione algebrica: $f(x,y)=0$, e se c'è un valore che la y non possa mai assumere, allora y deve restar costante al variare di x. Di qui segue che è costante il birapporto di quattro rette variabili, due delle quali non possono mai venir a coincidere; ad es. si ha subito per questa via il teor. di *Salmon* sulle C^3 piane generali, e si possono ritrovare i teoremi di chiusura di *Poncelet*.

Anche il passaggio da una proprietà proiettiva ai suoi casi particolari metrici (che si possono enunciare in forma proiettiva introducendo l'assoluto dello spazio) consente di applicare il metodo della conservazione del numero.

Dopo aver rilevato che il ricorrere a casi particolari facilita talora il calcolo delle soluzioni multiple di un dato problema, l'A. conclude mostrandoci la risoluzione di vari problemi eseguita sostituendo ai problemi stessi altri più generali. Rientra in quest'ordine d'idee l'uso (al modo di *Steiner*) di rotazioni e di traslazioni infinitesime per trovare la classe o le bitangenti d'una C^n piana, per cercarne le normali uscenti da un punto dato, per studiare le secanti multiple d'una C^n sghemba senza le ipotesi restrittive del metodo di *Cayley*.

Cap. III. — *Teoremi sui generi e applicazioni.* — Data tra due curve algebriche di generi p_1, p_2 una corrispondenza algebrica di indici (α_1, α_2), sussiste la formola:

$$\Sigma(\beta_2 - \beta_1) = 2\alpha_1(p_2 - 1) - 2_2\alpha(p_1 - 1)\,; \qquad (1)$$

dove la somma va estesa a tutte le coppie P_1, P_2 di punti corrispondenti, ed il numero β_2 (o β_1) esprime quanti degli α_2 (od α_1) punti omologhi di P_1 (o P_2) cadono in P_2 (o P_1). Questa formola, nota come *formola di Zeuthen*, e che egli chiama: « *allgemeine Geschlechtsatz* », è il punto di partenza di una serie di ricerche numerative. Anzitutto la trattazione sistematica dei numeri relativi alle singolarità (puntuali e tangen-

Digitized by Google

ziali) d'una C^n piana e delle equazioni che li legano (formole di *Plücker*). A ciò si collega la sostituzione di qualsiasi singolarità della curva con un certo numero di singolarità elementari: punti doppi a tangenti distinte, cuspidi ordinarie, bitangenti, flessi; l'uso di cosifatti « equivalenti Plückeriani » è lumeggiato dal fatto che, con opportuni passaggi al limite, la singolarità data si può comporre sovrapponendo le singolarità elementari espresse dagli equivalenti Plückeriani. Tra le applicazioni, vediamo studiata l'evoluta d'una C^n piana.

Definito il genere d'un sistema ∞^1 di C^n, la (1) è applicabile alle corrispondenze tra le C^n del sistema ed i punti che esse segano su una curva fissa; si ottiene così una formola di cui l'A. espone varie applicazioni, ad es. alle coniche quadritangenti d'una C^4 piana, alle C^n d'un fascio per trovare quelle tra esse dotate di singolarità prefissate, ecc.

Le formole di *Plücker* conducono poi l'A. alle formole di *Cayley* per C^n sghembe; e sono pure applicate alle superficie algebriche, in particolare alle rigate, alle F^3, alle F^4 con conica doppia, alla F^4 di *Kummer*.

È molto notevole la fine del capitolo; vi troviamo alcuni invarianti numerici delle superficie algebriche, e cioè il genere aritmetico e l'invariante I di *Zeuthen* e *Segre*, espressi mediante i caratteri (ordine, classe, rango, ecc.) della superficie; nonchè vari studi sulle corrispondenze tra superficie algebriche.

Cap. IV. — *Il principio di corrispondenza.* — Anzitutto il ben noto principio (*der einfache Korrespondenzsatz*) di *De Jonquières*, *Cremona*, *Chasles* che afferma essere $\alpha_1 + \alpha_2$ gli elementi uniti d'una corrispondenza algebrica (α_1, α_2) sopra un ente razionale; insieme con la regola per il calcolo delle soluzioni multiple. L'A. ne deduce una regola per determinare, in un sistema algebrico di coppie di punti appartenenti a curve note, quelle costituite da punti coincidenti; qualcosa d'analogo fa nello spazio; e ciò consente di ritrovare, in modo uniforme, il teor. di *Bézout* e le formole di *Plücker*, di determinare il numero delle intersezioni ulteriori di tre superficie algebriche passanti per una stessa curva; ecc.; da ultimo anche un sistema completo di equazioni tra i vari caratteri d'un sistema ∞^1 di C^n piane.

Data sopra una curva piana di genere p una corrispondenza algebrica (α_1, α_2), gli elementi uniti sono in numero di:

$$\gamma = \alpha_1 + \alpha_2 + 2kp; \qquad (2)$$

ogni volta che gli α_2 punti omologhi d'un punto generico P_1 sono segati sulla curva data da una curva C^r che la sega ulteriormente in punti fissi

Digitized by Google

ed inoltre k volte in P_1; il numero k è la *valenza* della corrispondenza. Questo teorema (principio di corrispondenza di *Cayley* e *Brill*) è qui dimostrato geometricamente, prima nell'ipotesi di $k=0$, poi supponendo C^r scomposta in k rette uscenti da P_1. La dimostrazione generale è preceduta dall'estensione del concetto di valenza a corrispondenze qualsiasi (per le quali k è definito, mediante la (2), per mezzo di γ); e dal calcolo della valenza di una corrispondenza riducibile. Questo modo di procedere può condurre a valenze negative o frazionarie, di cui l'A. porta esempi. È notevole la determinazione della valenza di una corrispondenza sopra una data C^n (di genere p) ottenuta esaminando la variazione che avviene nel numero dei punti uniti quando si supponga che la C^n vari con continuità in un sistema ∞^p fino ad acquistare p punti doppi che la fanno divenire razionale; metodo assai utile quando non è applicabile il teor. di *Cayley* e *Brill* (ad es. perchè la corrispondenza considerata è ottenuta mediante costruzioni nello spazio). Numerosissime le applicazioni, tra cui un'ulteriore dimostrazione delle formole di *Plücker*; una trattazione completa delle corrispondenze (1, 1), incluse quelle singolari, sopra C^3 ellittiche; la ricerca dei gruppi di $s+1$ punti comuni ad una $g^1_{m_1}$ e ad una $g^s_{m_2}$ sopra una curva data; questioni di contatto tra una curva data e le curve d'un sistema ∞^1; la ricerca dei triangoli inscritti circoscritti ad una curva data.

La rappresentazione monoidale delle C^n sghembe consente di estendere ad esse la teoria della valenza, aprendo il campo a nuove e numerose applicazioni.

Per passare a corrispondenze algebriche sopra una superficie, si deve tener conto, oltre che dei punti uniti isolati della corrispondenza, anche di una eventuale linea di punti uniti, insieme col sistema delle rette che uniscono le coppie di punti omologhi venuti a coincidere in punti di quella linea. L'A. tratta anzitutto delle corrispondenze sopra una quadrica, che applica alla ricerca delle rette comuni a due congruenze di rette; stabilisce poi i vari principii di corrispondenza nel piano riguardanti rispettiv. corrispondenze tra punti e punti, tra rette e rette, tra punti e rette. Per una corrispondenza (α_1, α_2) sopra una F^m, avente ξ punti uniti isolati, con una linea L di punti uniti di ordine η (e segata in ω punti dai contorni apparenti di F^m rispetto ai vari punti dello spazio), e se ζ è l'ordine della rigata formata dalle congiungenti dei punti omologhi che coincidono in punti di L, si ha:

$$\xi+\eta+\zeta-\omega=\alpha_1+\alpha_2+\frac{\beta}{m}-k(I+1);$$

Digitized by Google

dove β è il numero dei punti di una data sezione piana di F^m di cui uno dei punti omologhi sta su un'altra data sezione piana, I è l'invariante di *Zeuthen* e *Segre*, e k è la *valenza*: se gli α_2 punti P_2 omologhi d'un punto generico P_1 son segati su F^m da una curva, che sega ancora F^m (oltre che in punti fissi) solo in P_1, allora k è il numero di tali intersezioni che cadono in P_1.

CAP. V.—*Sistemi di enti geometrici.*—Qui l'A. ci riporta ai concetti generali esposti nel 1° cap.; con esempi tolti da questioni su sistemi di curve (curve che segano una o più curve date in gruppi di punti contenenti tre punti allineati, curve di un sistema ∞^1 che toccano una curva data, curve d'un sistema ∞^2 che hanno con una curva data un contatto di 2° ordine, oppure due contatti semplici), l'A. ci mostra come si possano combinare tra loro varie condizioni, e come convenga (per tener conto delle sole soluzioni proprie) introdurre ad una ad una successivamente le date condizioni allo scopo di evitare il presentarsi di infinite soluzioni. In particolare, se alle curve d'un sistema ∞^r s'impongono r condizioni semplici B_i definibili con espressioni del tipo $\alpha_i\mu+\alpha_i'\mu'$ (tali cioè che in un sistema ∞^1 di caratteristiche μ, μ' esistano $\alpha_i\mu+\alpha_i'\mu'$ curve che verifichino la condizione B_i), ove α_i, α_i' dipendono solo dalle rispettive condizioni B_i, le curve del sistema che si trovano sono in numero di:

$$(\alpha_1\mu+\alpha_1'\mu')\,(\alpha_2\mu+\alpha_2'\mu')\,\ldots\,(\alpha_r\mu+\alpha_r'\mu');$$

intendendo il prodotto in senso simbolico, e sostituendo a $\mu^s\mu'^t$ (con $s+t=r$) il numero delle curve del sistema ∞^r che passano per s punti generici e toccano t rette generiche.

Così, il numero delle coniche d'un sistema ∞^1, di caratteristiche μ, μ', che verificano una condizione (semplice) B è della forma: $\alpha\mu+\alpha'\mu'$, purchè il sistema non contenga coniche degeneri di *Halphen* (coniche ridotte, come luoghi di punti, ad una retta contata due volte, e come inviluppi di tangenti, ad un fascio di rette contato due volte e col centro su quella retta), oppure la degenerazione di *Halphen* sia incompatibile con la data condizione. È un teorema celebre, che troviamo qui trattato in modo esauriente, insieme con le modificazioni da introdurvi nei casi d'eccezione.

Rileviamo poi la determinazione delle caratteristiche d'un sistema ∞^1 di coniche compiuta cercando quante sono le coniche del sistema ridotte ad una retta doppia e quelle ridotte ad un fascio di rette doppio (le degenerazioni di *Halphen* son comprese in ciascuno di questi due numeri).

Viene infine l'estensione delle cose precedenti alle superficie algebriche,

Digitized by Google

in particolare alle quadriche; ed un cenno sull'estensione ai sistemi di reciprocità piane o spaziali.

CAP. VI. — *Calcolo simbolico di Schubert.* — Può far meraviglia di trovare solo qui, in fine, il calcolo di *Schubert*, e per di più in forma schematica e preparatoria a studi più profondi: gli è che, senza simbolismo, meglio risalta l'essenza dei metodi esposti, e, d'altra parte, il simbolismo non aiuta per nulla a superare le difficoltà provenienti dalle soluzioni multiple. La esposizione è simile a quella di *Schubert*; troviamo anzitutto illustrati vari risultati dei capitoli precedenti; troviamo poi le varie formole d'incidenza e di coincidenza per lo spazio ordinario (incluse le formole di coincidenza per coppie di rette nello spazio), con molte applicazioni; ed infine un cenno del calcolo simbolico in uno spazio a quattro dimensioni.

Va però rilevato che solo di rado, ed incidentalmente, le applicazioni esposte escono dallo spazio ordinario per estendersi a spazi superiori, dove pure i metodi numerativi sono stati largamente usati e fecondi di applicazioni.

Per completare questa schematica esposizione del contenuto del libro rileviamo ancora i numerosi esercizi proposti (sia nel corso della trattazione, sia espressamente alla fine dei capitoli), e l'indice per materie, sussidiato da numerosi richiami nel testo, assai utile per ricerche su soggetti determinati.

Va notata infine l'assenza, si può dir completa, di indicazioni bibliografiche, per le quali l'A. rinvia all'articolo dedicato alla Geometria numerativa (e dello stesso *Zeuthen*) nella: « *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften* »; la cosa è spiacevole per il lettore, e poco mitigata dal fatto che, salvo qualche spostamento di capitoli, l'ordine dell'esposizione è press'a poco lo stesso nei due lavori (1).

È indubbiamente un ottimo libro di cui si è arricchita la già ricca collezione *Teubner*, tanto più che, per le sue doti di ordine e di chiarezza, esso è di lettura piacevole, non solo ai principianti, ma pure a chi già ben conosce la materia ed i metodi numerativi; metodi che, è bene ram-

(1) Nel « Bulletin des Sciences Mathém. », (2) 40 (1916), pp. 73-84, il lettore può trovare un'altra relazione di questo stesso libro, fatta da *A. Terracini*.

Digitized by Google

mentare, si sono sviluppati per merito di una numerosa schiera di geometri, tra cui i maggiori del secolo scorso, dando luogo anche, notoriamente, a feconde competizioni di idee (1).

EUGENIO G. TOGLIATTI

Probabilità.

GUIDO CASTELNUOVO. *Calcolo delle probabilità*. Milano-Roma-Napoli, Soc. ed. Dante Alighieri, 1919. 8° gr. p. XXIII + 373. (Prezzo L. 20).

Il trattato del Prof. CASTELNUOVO sul calcolo delle probabilità è indice ed effetto di quel rifiorire dell'interesse scientifico che si manifesta per vari segni a favore del calcolo delle probabilità anche nel nostro paese. Tutti coloro che sono attirati verso questa dottrina da un interesse puramente speculativo o dal bisogno di servirsene come strumento per le applicazioni debbono essere quindi grati al prof. Castelnuovo di aver portato con questo suo trattato un cospicuo contributo alla sistemazione ed alla divulgazione della dottrina nel momento più opportuno. Più particolarmente grati debbono essergli i cultori della statistica matematica, ai quali principalmente l'opera è destinata, e sulla cui disciplina l'autore si è prefisso di attirare l'attenzione, secondo quanto si legge al termine della bella prefazione.

Questo particolare intendimento rende ragione dell'indirizzo seguito nella esposizione. Chi scrive queste linee è convinto che nello stato attuale delle conoscenze sarebbe dì grandissima utilità un'opera che raccogliesse, coordinandoli e sviluppandoli organicamente, i vari risultati ottenuti dalle origini fino a questi ultimi tempi intorno alla teoria astratta delle probabilità, un'opera nella quale pertanto non fosse luogo a possibili interpretazioni ed applicazioni pratiche dei vari teoremi, nè fosse parola di giuochi, di errori, e di frequenze statistiche, argomenti, questi ultimi, di troppo grande interesse, che assorbono a sè l'attenzione e la sottraggono troppo facilmente alla nuda teoria, con danno in fin dei conti delle stesse applicazioni.

---

(1) Solo ora vengo a sapere d'un lavoro recente di *E. Study, (Das Prinzip der Erhaltung der Anzahl*, nebst einer Bemerkung von *K. Rohn;* Berichte der K. Sächs. Gesell der Wiss. zu Leipzig, 68 (1916), 28 Febbraio 1916, pagg. 65-92), in cui si muovono nuove obbiezioni contro la validità del principio di *Schubert*, in tutte le varie forme dategli da *Sturm, Severi, Giambelli, Zeuthen.*

Digitized by Google

Riconoscere la utilità di un simile indirizzo non significa negar valore a concezioni e costruzioni diverse. Questa del Prof. Castelnuovo, se anche non rompe con la tradizione classica dei trattati di probabilità, si distingue e si solleva però su tutte le precedenti trattazioni per vari caratteri tra i quali notiamo l'acuto spirito critico, e la cura scrupolosa e diligente con la quale sono costantemente messi in evidenza i concetti essenziali, ed è sistematicamente chiarita ad ogni passo la differenza che intercede tra i teoremi astratti ed i risultati delle esperienze concrete, e spiegato come si debba istituire il nesso tra gli uni e gli altri. Così, accanto alla nozione di probabilità, noi troviamo fino dalle prime pagine collocata e potremmo dire contrapposta la nozione di frequenza, e l'una nozione collegata all'altra da una legge empirica, il postulato empirico del caso. Le nozioni di probabilità e di frequenza corrono parallelamente attraverso tutto il libro; con i processi della logica deduttiva si opera sopra il concetto di probabilità e si costruisce la teoria formale o astratta delle probabilità, ricavandone i teoremi fondamentali, mentre il significato fisico che può attribuirsi a quel concetto e la interpetrazione approssimativa che le sue proprietà trovano in enti o fenomeni del mondo esterno caratterizzano le varie applicazioni.

Sia nel campo della teoria astratta, sia in quello delle applicazioni, l'opera contiene contributi originali notevolissimi, tra i quali notiamo:

a) un completamento della teoria delle prove ripetute, mediante la determinazione di un limite superiore per l'errore che si commette usando le formole asintotiche,

b) una nuova formulazione ed interpretazione della legge di Maxwell nella teoria cinetica dei gas, la quale elimina l'antinomia tra l'enunciato di tale legge ed il principio di riversibilità.

c) un rifacimento, sotto forma più semplice e più chiara, della dimostrazione di Cebycef-Markoff relativa allo scostamento dal proprio valore medio della somma di una successione illimitata di variabili casuali.

d) un teorema di esistenza nella teoria dei momenti.

Avremo occasione, nell'esame delle singole parti del Trattato, di tornare su alcuni di questi argomenti. Qui, per concludere sulle nostre osservazioni di carattere generale, notiamo che il teorema or ora ricordato sullo scostamento dal proprio valor medio della somma di una successione illimitata di variabili casuali, intuito da Laplace, dimostrato da Cebycef e dai prosecutori dell'opera sua, viene ad assumere per la prima volta in

Digitized by Google

un Trattato delle probabilità, il posto importantissimo che gli compete. Se non fosse un po' puerile stabilire una gerarchia dei teoremi saremmo tentati di dire che il teorema di Laplace-Cebycef ha per il calcolo delle probabilità e le sue applicazioni importanza e portata anche maggiore del teorema di Bernoulli, nel quale per molto tempo e per superficiali osservatori si riassunse e si concluse tutta la teoria astratta delle probabilità.

Aver richiamato su tale teorema l'attenzione degli studiosi e averne resa accessibile a tutti la dimostrazione, finora confinata in memorie di difficile e faticosa lettura, è già tale merito che basterebbe a caratterizzare il Trattato di Castelnuovo e ad assegnargli un posto singolare nella storia delle probabilità.

Anche i contributi recati alla teoria delle probabilità dal Cantelli trovano in questo trattato un degno ed opportuno riconoscimento. Sono vie nuove aperte alla ricerca scientifica, concetti nuovi o finora poco sviluppati, e che si rivelano fecondi di inattese applicazioni; le variabili casuali, i sistemi di variabili casuali, le operazioni su di essi, già introdotti dalla scuola russa, ma dal Cantelli perfezionati ed estesi, la tendenza al limite nel senso delle probabilità, sono le nozioni e gli strumenti della nuova dottrina, alla quale, se il presagio non mente, sarà legato un giorno il nome e l'onore della giovane scuola italiana.

***

Passiamo ora ad un rapido sguardo sulla partizione della materia.

I capitoli 2, 3, 4, 5 e 7 e i quattro articoli dell'appendice, se fossero staccati dal restante dell'opera e pubblicati in volume a parte, potrebbero costituire con qualche aggiunta e pochi tagli una trattazione coordinata e completa della teoria astratta delle probabilità.

Nel capitolo secondo sono esposti i teoremi delle probabilità totali e delle probabilità composte, e, pur senza che vi si introducano esplicitamente concetti e simboli della logica matematica, è spiegato su alcuni esempi alquanto generali come debbano risolversi i problemi del calcolo delle probabilità appartenenti sostanzialmente alla logica delle classi.

Il terzo capitolo introduce i concetti di variabile casuale, sistemi di variabili casuali, e valore medio; esso poi tratta delle operazioni più elementari su sistemi di variabili casuali, e conduce con il teorema di Bienaymé-Cebycef al primo risultato essenziale della teoria, risultato suscettibile di varie estensioni che l'autore accenna.

Digitized by Google

Il quarto capitolo è dedicato alla teoria delle prove ripetute, cioè ad una particolare successione di variabili casuali, e contiene i teoremi di Bernoulli e di Poisson che l'autore deduce dall'espressione del valor quadratico medio dello scarto relativo ad un gruppo di prove, quando il numero di queste cresce indefinitamente, senza passare quindi attraverso le espressioni asintotiche per le probabilità degli scarti. La considerazione di successioni più generali di variabili casuali ha condotto recentemente ad estensioni dei detti teoremi — di cui l'autore fa un sobrio, ma suggestivo cenno. È ricordato anche un altro interessante risultato del Cantelli; non solo il teorema di Bernoulli può essere esteso a successioni di variabili casuali più generali di quella dello schema delle prove ripetute; ma il contenuto stesso del teorema può essere amplificato, sostituendo alla diseguaglianza del teorema suddetto una successione illimitata di diseguaglianze e dimostrando che la probabilità della loro coesistenza può diventare tanto prossima ad uno quanto si vuole.

Nel quinto capitolo è ripreso e completato lo studio della teoria delle prove ripetute e sono trovate le espressioni per le probabilità degli scarti. Il Castelnuovo completa questo capitolo con alcuni teoremi relativi ad un limite superiore dell'errore che si commette usando le formule asintotiche nelle espressioni delle probabilità degli scarti. É questo un contributo originale e importante, ottenuto con mezzi semplici, in un capitolo classico delle probabilità.

La legge di distribuzione delle probabilità alla quale hanno condotto le considerazioni del capitolo quinto, cioè la legge normale di probabilità, forma oggetto del capitolo settimo nel quale, con gli accenni ai teoremi, di Poisson e di Laplace-Cebycef, dimostrati in altra parte del trattato, si fa comprendere come questa legge di distribuzione non sia da considerare soltanto come legge limite in schemi immensamente più complessi e più generali, e da ciò la sua posizione rispetto alla intera teoria delle probabilità viene posta in più chiara luce.

Come si vede da questo sguardo sommario la successione e la distribuzione degli argomenti nei capitoli dedicati alla teoria pura segue un ordine perfettamente logico e naturale.

Nella appendice meritano speciale rilievo gli articoli II e III, dedicati alla dimostrazione del teorema di Laplace-Cebycef.

La dimostrazione, fondata sul metodo dei momenti, è concettualmente molto semplice sebbene richieda sviluppi di calcolo considerevoli. Il perno

Digitized by Google

di essa è nel teorema di unicità, il quale esprime che, sotto certe condizioni, una funzione è univocamente definita dalla serie dei suoi momenti Incidentalmente osserviamo che non basta dimostrare che la soluzione, se essa esiste, è unica, occorre anche dimostrarne la esistenza, ed è questo che fa il Castelnuovo colmando per tal modo una lacuna preesistente.

La risultante di più variabili casuali indipendenti, che seguono leggi incognite ed arbitrarie, ha questa singolare proprietà (sotto condizioni molto generali): i suoi momenti misurati con una opportuna unità tendono, con il crescere indefinito del numero delle variabili casuali, verso i momenti della funzione esponenziale che esprime la legge normale di probabilità.

Questa circostanza, ravvicinata al teorema di unicità, suggerisce la intuizione che anche la stessa variabile casuale risultante debba, con il crescere indefinito del numero delle sue componenii, e sotto le condizioni per le quali sussistono i teoremi precedenti, tendere verso la legge esponenziale.

È ciò che appunto si verifica e si dimostra rigorosamente e che costituisce in sostanza il teorema di Laplace-Cebycef.

Il Castelnuovo illustra subito il teorema con una curiosa applicazione ad un problema di geometria; una applicazione non molto disforme è quella che potrebbe farsi (e che anzi fu già fatta in altri tempi, ma soltanto per una intuizione fortunata, ignorandosene allora il vero fondamento dottrinale) alla determinazione del rischio matematico per un complesso numeroso di assicurazioni o di giuochi.

***

È nelle applicazioni che si rivelano le difficoltà proprie del calcolo delle probabilità; onde non è da meravigliare se in ogni trattato di questa teoria molte pagine si trovino esclusivamente dedicate alla critica di errate applicazioni fatte nei diversi campi.

Sorpassando su altri argomenti, limitiamoci a considerare i capitoli che il trattato del Castelnuovo dedica alla statistica ed alla teoria cinetica dei gas. Alle interpretazioni statistiche è dedicato più specialmente il capitolo X, che però per la connessione della materia conviene considerare insieme a quello che lo precede che tratta delle probabilità delle cause. Quest'ultimo infatti contiene la parte critica e demolitrice di vecchi errori, quello la parte costruttiva e le teorie più recenti.

Digitized by Google

L'A. espone le parti essenziali della teoria che va sotto il nome di proprobabilità delle cause, mettendo ad ogni passo in guardia contro il pericolo nel quale tanti caddero in passato nel farne applicazioni illegittime a fondamentali questioni delle scienze fisiche e morali. La sua critica al tentativo di inversione del teorema di Bernoulli è tra le migliori che si possano citare.

Nel capitolo più propriamente dedicato alla statistica matematica l'A. espone le parti essenziali della teoria della dispersione, premettendo sopra i metodi della induzione statistica alcune considerazioni certamente interessanti e conformi allo stato attuale delle concezioni prevalenti.

Degli schemi atti a rappresentare le varie dispersioni anormali statistiche ne sono esposti due: uno per la dispersione sottonormale, l'altro per la supernormale; l'ufficio che hanno gli schemi nelle interpretazioni statistiche è spiegato in modo perspicuo nell'ultima parte del capitolo, il quale in conclusione offre in breve mole ai giovani studiosi una trattazione che difficilmente potrebbero trovare altrove più precisa e più chiara.

Il capitolo XIII, è uno di quelli che presentano maggiore interesse e novità; esso è dedicato alla legge di Maxwell sopra la distribuzione della velocità delle molecole di un gas e contiene dopo un breve cenno sopra le due prime dimostrazioni del Maxwell stesso e sopra le critiche di cui esse furono oggetto un più ampio commento della dimostrazione dovuta a Jeans.

Al lettore è presentato il tessuto sostanziale dei diversi raziocinii, sgombrato di quanto è in essi meno essenziale; così che con fatica relativamente lieve gli è dato trovarsi a giorno di questioni molto ardue, sulle quali non può dirsi che ancora sia stata fatta piena luce. Un contributo importante di nuova luce sull'argomento è portato dallo stesso autore, il quale, ispirandosi a una idea del Borel, dà una nuova interpretazione e formulazione della legge di Maxwell, nella quale il lettore che diligentemente abbia prima seguita la critica delle dimostrazioni e formulazioni di Maxwell, Boltzmann e Jeans, e che abbia poi seguito gli argomenti del Castelnuovo, difficilmente potrà rifiutarsi di riconoscere la soluzione più plausibile della lunga e difficile controversia.

Il Castelnuovo giunge a questo risultato partendo dalla osservazione che la legge di Maxwell, nel senso nel quale essa va intesa e nel quale essa più interessa la teoria cinetica dei gas, non può ottenersi con i processi di dimostrazione tentati sinora, i quali sono tutti fondati sopra schemi

Digitized by Google

di problemi dinamici con un numero finito di gradi di libertà, e con azioni mutue indipendenti dal tempo. Con simili schemi si deve giungere per necessità in ogni caso a leggi compatibili con il principio della riversibilità, che nasce dalle equazioni dinamiche, mentre la legge che appunto si vuol dimostrare e che risulta confermata da esperienze, enuncia una evoluzione irreversibile.

La difficoltà sembra insuperabile ed insita nei termini stessi della questione; nè infatti essa è stata superata dai precedenti autori; non dal Boltzmann che introduce quasi di sfuggita la irreversibilità con l'ipotesi della inorganizzazione molecolare; e non dal Jeans il quale, anzichè superare la difficoltà, viene, si può dire, a girarle intorno: ciò che egli dimostra, infatti, non è la legge che esprime la evoluzione di un modello di gas, ma una legge statistica alla quale sono soggetti particolari insiemi di modelli di gas, legge dunque per sè stessa interessante ma non rispondente allo scopo delle indagini.

Il calcolo delle probabilità dà invece la chiave della soluzione; esso, introducendo un numero immenso di piccole cause, fa dipendere il problema dinamico da un numero illimitato di parametri, così che la riversibilità diventa infinitamente poco probabile.

Rifulgono in questo capitolo quelli che sono i pregi migliori del trattato: l'attenzione è richiamata e fermata costantemente sui concetti essenziali, la intuizione è aiutata con opportune immagini, il nesso logico è seguito con acuto spirito critico.

In alcuni punti, come per es. nel n. 113 e nei numeri seguenti, la esposizione è suggestiva di nuove ricerche che speriamo non saranno trascurate dai giovani studiosi italiani.

PAOLO MEDOLAGHI
GUIDO TOJA

Storia.

ETTORE BORTOLOTTI, *Italiani scopritori e promotori di teorie algebriche.* (Estratto dall' « Annuario della R. Università di Modena », anno 1818-1819). Modena, G. Ferraguti, 1619, (p. 102, 8°).

È il discorso pronunciato in occasione dell'inaugurazione dell'anno accademico 1918-19 nell'aula magna dell'Università di Modena, corredato da numerose ed estese note illustrative. Scopo di esso è di porre in piena luce l'ingente contributo somministrato dall'Italia alla costituzione della

Digitized by Google

parte superiore dell'algebra, nell'epoca gloriosa che s'inizia con Leonardo Pisano e si chiude con la discesa nella tomba di Cardano e Tartaglia; splendido periodo « di poema degnissimo e d'istoria », in cui la patria nostra fu maestra riverita ai matematici di tutta Europa. Con profondità di dottrina, larghezza di documentazione e vivacità di stile l'A. polemizza gagliardamente e felicemente con M. Cantor, del quale rileva le molte inesattezze e la deplorevole ambiguità di stile. Anche se tali imperfezioni non sono il frutto — come inclina a credere il Bortolotti — di intendimenti di denigrazione verso l'Italia, fu opera meritoria il rilevarli, per ostacolarne l'allarmante diffusione; appunto per tale considerazione è da rimpiangere che alla profonda e coraggiosa orazione che annunciamo sovrasti il grave pericolo di una notorietà assai ristretta, sorte comuni a tutti i lavori che si dicono « pubblicati », ma che realmente sono « sepolti », negli *Annuari* degli Istituti scolastici. Possa questo cenno richiamare sopra di esso l'attenzione di tutti coloro che si occupano della matematica e della sua storia.

G. L.

G. Frizzo, *Le Regoluzze di Maestro Paolo dell'Abbaco matematico del secolo XVI.* Verona, G. Civelli, 1883, 8°, p. 62.

Mentre le pubblicazioni nuziali sono ricercate e considerate dai cultori della storia letteraria, altrettanto non viene fatto dagli scienziati per le rarissime congeneri aventi un contenuto che pur dovrebbe loro interessare. Da ciò la ragione per cui questo volumetto pubblicato « Per nozze Bianchi-Castellani », passò inosservato al suo apparire; da ciò anche la ragione del cenno tardivo che noi reputiamo utile di farne a tanta distanza di tempo.

Mastro Paolo di Piero, ordinariamente chiamato *dell'Abbaco* od anche *Astrologo*, *Geometra*, *Arismetra* nacque nella terra di Prato dalla nobile famiglia dei Dagomari verso il 1281 e morì a Firenze nel 1374; lo ricorda Franco Sacchetti nella sua Canzone in morte di Boccaccio con le parole:

> Paolo Arismetra ed Astrologo solo
> Che di veder giammai non fu satollo
> Come le stelle, e li pianeti vanno,
> Ci venne men, per gire al sommo polo.

Quali siano state le molte opere da lui composte e quali edizioni abbiano avute l'A. espone con esauriente documentazione, arrestandosi in particolar modo sulle « Reguluzze ». Pubblicate per la prima volta da

Digitized by Google

G. Libri (*Historie des sciences mathématiques en Italie*, T. III, Paris, 1840, p. 295-301), furono riprodotte nell'opuscolo *Regoluzze del M. Paolo dell'Abbaco, celebre matematico del secolo XIV, dal dott. A. Z. con dedica al dott. G. Brunetti* (Bologna, 1857) e poi con pregevoli emendamenti da Cesare Guasti nella sua *Miscellanea Pratese di cose inedite e rare, antiche e moderne* (Prato, 1860). Alla lezione, adottata dal Giusti, si è attenuto il Frizzo; ma del suo aggiunse estesi commenti storici e dottrinali, che non si trovavano nelle edizioni precedenti. Perciò i futuri storici della matematica potranno consultare con vantaggio il volumetto che abbiamo brevemente analizzato e dovrà venire sempre citato fra quell che attestano come l'Italia sappia valutare a dovere le opere di coloro che seppero tenere accesa la fiaccola della ricerca scientifica in epoche tenebrose.

G. L.

R. MARCOLONGO. *Il problema dei tre corpi da Newton ai nostri giorni.* Milano, U. Hoepli 1919, 16° p. VI + 166.

Si tratta di un lavoro ben noto ai nostri lettori (v. questo *Bollettino*, Anno XIX, 1919, p, 19-22), che viene ora pubblicato con qualche lieve ritocco. Per l'importanza del tema e la coscienza con cui è svolto si deve rallegrarsi che esso sia stato tolto dalla raccolta accademica in cui era sepolto (sia pure con tutti gli onori che merita) per farlo percorrere tutto il mondo, sopra un veicolo di primo ordine qual è la celebre collezione dei Manuali Hoepli.

G. L.

D. E. SMITH, *Number Stories of Long ago*, Boston, Ginn and Co. 1919, p. VII + 136.

Id. *Number Puzzles before the Log Fire, being those given in the Number Stories of Long ago.* Id. id. p. IV + 14.

Sotto forma di piacevoli e semplici racconti fatti dinnanzi ad una nidiata di fanciulli l'A. fa conoscere gli studi attraversati dell'aritmetica pratica prima di giungere al suo stato odierno, dando così succinta ma precisa notizia dei vari sistemi di numerazione usati dai popoli che per primi conseguirono un alto grado di civiltà. Negli ultimi due capitoli sono poi raccolti molti eleganti questioni che si possono eseguire con i numeri; alcune sono veri e propri problemi, ma altre appartengono alla categoria degli indovinelli, onde a ragione l'A. ne ha indicate le soluzioni nella seconda delle pubblicazioni di cui ci occupiamo. Una parola di sincera lode

Digitized by Google

va tributata all'artista che ha eseguite le illustrazioni ornanti il primo dei volumi in questione con vero sentimento d'arte, dando così origine ad una pubblicazione che è un gioiello tipografico.

G. L.

Letteratura Vinciana.

LUCA BELTRAMI, *Documeuti e memorie riguardanti la vita e le opere di Leonardo da Vinci, in ordine cronologico.* 8°, p. XXII, 221. Milano, Frat. Treves 1919.

Raccolta Vinciana presso l'Archivio Storico del Comune di Milano, Castello Sforzesco. Milano, 1895-1919.

Il IV Centenario della morte di Leonardo da Vinci venne ricordato degnamente in parecchie parti del mondo, ma specialmente in Italia, che ha la gloria di avere dati i natali ad una delle più eminenti ed originali personalità apparse sulla faccia della terra. Innumerevoli e di vario valore sono le pubblicazioni fatte in quell'occasione ed è compito superiore alle nostre forze;, e d'altronde in gran parte estraneo al programma del *Bollettino*, il darne quì completa notizia. Ma riteniamo c'incomba il dovere di segnalare ai nostri lettori la pubblicazione di cui scrivemmo il titolo in testa del presente articolo perchè dovuta ad uno dei più appassionati studiosi del sommo artista-scienziato e perchè, grazie all'esattezza con cui è condotta, dovrà essere in avvenire considerata come una delle più sicure fonti d'informazioni sulla vita di lui. E poichè tale volume riesce un po' arido e difficile a chi non abbia presente la biografia di Leonardo, così va consigliato di leggerlo tenendo presente l'articolo del medesimo autore intitolato *La vita di Leonardo*, inserito nel fascicolo di maggio 1919 della rivista *Emporium*.

Per dare un'idea della scrupolosa esattezza usata dal Beltrami segnaliamo la duplice riproduzione della biografia di Leonardo del Vasari secondo le due edizioni curate dall'autore, cosa di grande importanza, perchè differiscono in molti punti sostanziali. E per confermare l'opinione che l'avvenire prepara riguardo alla conoscenza delle opere vinciane molte gradite sorprese, segnaleremo un passo (p. 123) ove è data notizia (veramente poco chiara per la mancanza della relativa figura) di un ritrovato matematico di Leonardo sinora, a quanto ci consta. ignorato.

Digitized by Google

***

Poichè la letteratura vinciana in questi ultimi tempi andò assumendo proporzioni sempre più vaste e che accennano a divenire allarmanti, nell'attesa di una completa Bibliografia Vinciana, crediamo del caso segnalare ai nostri lettori un istituto ed una pubblicazione in grado di prestare servizi preziosi a tutti coloro che studiano qualche faccia della poliedrica attività di Leonardo.

Parliamo della raccolta di tutti gli scritti che lo concernono che, a partire dal 1905, per iniziativa di L. Beltrami, si va facendo nell'Archivio storico del Comune di Milano, e della pubblicazione che, ad intervalli variabili, viene fatta per cura di E. Verga, l'egregio uomo che si trova alla direzione di quell'Archivio. In origine si era pensato ad accogliervi soltanto i titoli delle pubblicazioni ricevute in dono e quelli dei nuovi contributi alla conoscenza del grande pensatore; ma via via il programma si è allargato: delle principali pubblicazioni furono fatte analisi più o meno estese, a norma dell'importanza, e sotto il titolo di *Varietà Vinciane* s'introdusse una Rubrica in cui presero posto brevi articoli relativi a Leonardo dovuti a specialisti di buona fama. Che fra tali articoli alcuni possano riuscire di grande giovamento agli studiosi è dimostrato da quelli di L. Beltrami che trattano l'uno di *Voci e termini del dialetto milanese nel Codice Atlantico* (*Racc. Vinc.* Fasc. I), l'altro di *Nomi di persone e di località del Codice Atlantico aventi particolari attinenze col soggiorno di Leonardo in Lombardia* (Ivi, fasc. IV), a cui dovranno ricorrere tutti coloro che non hanno famigliarità col dialetto che si parla all'ombra del celebre Duomo; nè si può passare sotto silenzio il dottissimo articolo di A. Favaro dal titolo *Passato, presente e avvenire delle edizioni Vinciane* (Id., fasc. X) nel quale ad esaurienti notizie sopra quanto fu pubblicato dagli scritti di Leonardo, seguono consigli intorno al modo con cui dovrà eseguirsi la progettata edizione nazionale di tutte le sue scritture.

Col X fascicolo di questa pubblicazione (dedicate al Centenario) si chiude la prima serie; la nuova sarà certamente non meno ricca ed attraente, se tutti i cultori degli studi leonardiani cureranno d'inviare i loro scritti all'Archivio Storico del Comune di Milano; così facendo, non soltanto renderanno un devoto omaggio a una delle più pure glorie del genere umano, ma cureranno che le loro fatiche vengano conosciute ed apprezzate « per omnia saecula » dai sempre più numerosi ammiratori del suo genio.

G. L.

Digitized by Google

Istituto di Studi Vinciani in Roma, diretto da Mario Cermenati. Per il IV Centenario della morte di Leonardo da Vinci. II Maggio MCMXIX. Bergamo, Istituto Italiano di arti grafiche. 8° gr. p. XX + 442. (Prezzo L. 75).

Questa sontuosa pubblicazione consta di brevi scritti dovuti a personalità eminenti nella scienza, nell'arte e nella politica ed intesi a lumeggiare qualche faccia della svariatissima produzione vinciana o a esprimere ammirazione e riverenza per il sommo artista scienziato. Appunto per tali caratteri, un'analisi di essa esce dal programma di questa Rivista; ma siccome l'Istituto di studi Vinciani che lo promosse promette di essere organo importante di ricerche sulla storia della scienza e siccome in quella pubblicazione ne trova un particolareggiato programma, così essa, merita di essere ricercato dai nostri lettori, onde, il segnalarlo alla loro attenzione era nostro imprescindibile dovere.

G.L.

NOTIZIE

Tema proposto dalla classe fisico-matematica della Società delle Scienze di Gottinga per l'anno 1921. Riemann ha emesso l'ipotesi che tutti gli zeri non negativi della funzione Z abbiano per parte reale $^1/_2$. Tale ipotesi deve venire stabilita o dimostrata falsa. Se non si giunge all'una od all'altra conclusione, o se nel frattempo fosse pubblicata la risposta al quesito, potranno venire considerate, agli effetti del premio, altre scoperte importanti relative alla situazione delle radici della funzione Z di Riemann o di altre funzioni congeneri (quali la funzione L di Dirichlet o la funzione L di Dirichlet corrispondente ad un corpo). Il premio è di 1000Mk. I lavori dei concorrenti debbono pervenire alla Società prima del 1° agosto 1921.

* * *

Tema proposto dalla Società Jablonowski di Lipsia. I teoremi di addizione delle tre funzioni ellittiche sen am u cos am u, Δ am u suggeriscono una estensione ad un sistema di quattro o più funzioni. Si potrebbe porre, per $\nu = 1, 2, 3, \ldots, n$

$$(1) \quad \varphi_\nu(n+\nu) = R_\nu[\varphi,(n), \varphi,(\nu), \varphi_2(n), \varphi_2(\nu), \ldots, \varphi(n), \varphi_n(\nu)]$$

ed assumere per $R_1, R_2, \ldots, R_n$ delle funzioni razionali. Probabilmente queste funzioni razionali non dovrebbero soddisfare che alle condizioni

Digitized by Google

che coincidessero tanto le espressioni $\varphi_\nu(n+\nu)$, $\varphi_\nu(\nu+n)$, quanto quelle di $\varphi_\nu[(n+\nu)+n$, $\varphi_\nu(n+(\nu+w)]$ risultanti dall' applicazione delle equazionl (1). Le equazioni (1) si possono, sotto le stesse condizioni, maggiormente generalizzare, supponendo che $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$ siano funzioni di parecchi argomenti; si potrebbe anche, tenendo presente la trattazione data da Weierstrass per il teorema di addizione, supporre che i secondi membri delle (1) equazioni contenessero anche le derivate delle funzioni $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$. Tutti questi casi si devono considerare da questo punto di vista, che le funzioni $R_1, R_2, \ldots, R_n$ vengano scelte in modo da soddisfare le condizioni anzidette e che le funzioni $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$ vengano poi definite in base al risultante teorema di addizione. Si deve anche tentare di scegliere in modo particolare opportuno n e le funzioni $R_1, R_2, \ldots, R_n$ in modo da pervenire ad un capitale speciale della teoria delle funzioni Abeliane.

Scadenza 31 ottobre 1921. Premio Mk. 1500.

* * *

Tema posto a concorso dall'Accademia di Danimarca per l'anno 1921. Servendosi delle differenze e delle derivate di T. N. Thiele (*Bulletin de l'Académie de Danemark, 1906*), si può sviluppare formalmente una data funzione in frazione continua, ma la ricerca della convergenza di tali sviluppi è tuttora, in gran parte, un desiderio. Or sarebbe assai importante conoscere in qual modo i campi di convergenza di queste frazioni continue dipendono dalle proprietà analitiche della funzione corrispondente, nonchè dagli argomenti che entrano nella frazione continua. Per tale ragione l'Accademia decise di porre a concorso una *Ricerca dei campi di convergeaza delle frazioni continue di Thiele per un'estesa classe di funzioni. Sarebbe specialmente interessante lo studio dei casi in cui tutti gli argomenti coincidano.*

Scadenza 31 ottobre 1921. Premio una medaglia d'oro.

* * *

Tema proposto dalla R. Accademia di Madrid per l'anno 1921. Esposizione della teoria delle equazioni integrali e delle sue principali applicazioni. Scadenza 31 dicembre 1921.

* * *

Lezioni tenute da V. Volterra agli Stati Uniti. Le sei lezioni che ebbero luogo nell' Università di California nei giorni 13-21 ottobre 1919

Digitized by Google

ebbero per soggetti, le prime quattro *La proporzione dell'elettricità in un campo magnetico* e le due altre *Le equazioni funzionali deriaative.* Alla nota *Rice Institution* (Texas) lo stesso scienziato fece nei giorni 3-10 novembre un breve corso sulle *Funzioni di composizione* ed inoltre tenne una conferenza sopra *L'organizzazione internazionale della scienza durante e dopo la guerra.* All'Università dell'Illinois, nei giorni 12-18 dello stesso mese trattò delle *Equazioni integro-differenziali.* Finalmente all'Università di Chicago egli ripetè la lettura sopra *L'organizzazione della scienza durante e dopo la guerra* e su *La propagazione dell'elettricità iu un campo magnetico.*

***

Giubileo di F. Klein. Il XVII fascicolo della VII annata (1919) della Rivista *Die Naturwissenschaften* è dedicato a F. Klein in occasione del suo LXX genetliaco; esso contiene gli articoli seguenti:

R. FRICKE, Felix Klein zum 25 April 1919, seinem siebzigsten Geburtstage.

A. VOSS, F. Klein als junger Doktor.

W. WIRTINGER, Klein und die Mathematik der letzten fünfzig Jahren.

CARATHÉODORY, Klein und die nichteuklidische Geometrie.

A. SOMMERFELD, Klein, Riemann und die mathematische Physik.

H. E. TIMERDING, F. Klein und die Reform des mathematischen Unterrichts.

L. PRANDTL, Klein und die Förderung der angewandten Wissenschaften.

Elenco delle pubblicazioni di F. Klein.

***

Lutti argentini. L'Università de La Plata ha di recente perduto due distinti suoi membri, sulla cui vita danno notizie esaurienti le biografie inserite nel N. 37 (novembre 1918) delle *Publicaciones de la Faculdad de sciencias fisicas, matematicas y astronomicas* di quell'Ateneo.

Uno è Vicente Castro, nato a Buenos Aires addì 5 aprile 1864, morto ivi il 23 luglio 1916. Professionista di gran nome. occupò vari cospicui uffici governativi, fra cui ci limitiamo a ricordare quello di professore di costruzioni in muratura nella Scuola d'appticazione per gl' Ingegneri annessa all'Università de La Plata. Il suo nome è legato ad un eccellente *Curso de construcciones en mamposteria,* la cui prima edizione vide la luce nel 1904 e la seconda (notevolmente ampliata) nel 1910.

L'altro è Conrado Simons, nato ad Elberfeld il 1 settembre 1873, alunno

Digitized by Google

dei Politecnici di Stuttgart e Berlino nel corso di elettrotecnica, lavorò come ingegnere tanto in Germania quanto negli Stati Uniti e finalmente (1909) fu chiamato ad insegnare Elettrotecnica nell'Università argentina. Morì a Buenos Aires il 25 ottobre 1918, lasciando vasta eredità d'affetti e rimpianto per l'immatura scomparsa di una personalità da cui la scienza poteva attendere ancora molto. Le sue pubblicazioni sono in numero di 64 e si trovano elencate nella biografia succitata.

***

Per una Accademia internazionale di storia della scienza. È questo il titolo d'un articolo pubblicato da Giulio Provenzal nel III fascicolo del III anno (1920) della rivista *Il nuovo patto* da lui fondata e diretta; alla proposta enunciata nel titolo stesso l'autore fu indetto dalla lettura di un discorso tenuto da W. Pepe alla Società chimica francese, uel quale le benemerenze dell'Italia vengono taciute o negate. Il vagheggiato sodalizio avrebbe per còmpito di evitare il ripetersi di cotali ingiustizie, col porre in luce le benemerenze di tutti, iudividui e nazioni. L'idea è certamente lodevole e noi attendiamo particolari sui mezzi per attuarla.

***

La R. Accademia di Scienze, Lettere e Belle Arti di Palermo pone a concorso il tema seguente per il premio Sensales relativo al triennio 1921-23. « Portare un contributo ai metodi generali di integrazione con particolare riguardo allo studio quantitativo e qualitativo delle soluzioni di classi di equazioni differenziali ordinarie o a derivate parziali. »

Scadenza 31 Dicembre 1923. Il premio sarà costituito dal reddito netto durante il periodo 1921-23 di detta fondazione, ammontante a circa lire 21300 dal quale dovranno prelevarsi le spese di stampa del lavoro premiato.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

714535 [redacted] QA
1
.B7
v.20-21
Sci

Digitized by Google

UNIVERSITY OF CHICAGO
63 387 046

Digitized by Google